L'AGRIMENSORE

E

MISURATORE DI FABBRICHE

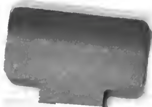
DI

ANTONIO MARUCCHI ROMANO



ROMA
TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE
1851


5
9
766
BIBLIOTECA NAZIONALE
CENTRALE • FIRENZE •



L'AGRIMENSORE

E

MISURATORE DI FABBRICHE

DI

ANTONIO MARUCCHI

ROMANO.

> Benchè il Sol non mi splenda, o l'aura spiri,
> E languiscan gli spirti e i membri e i sensi,
> Le Forze son della mia fede invitte.
>
> Tasso.

ROMA

TIPOGRAFIA DELLE SCIENZE

1851.

GEOMETRIA PRATICA

PER GLI AGRIMENSORI E MISURATORI DELLE FABBRICHE

DELLE LINEE

1. La linea può essere *retta, curva, spezzata* (Fig. 1.).
La linea *retta* è la più corta distanza fra due punti.
La linea curva è quella ove non si trovano tre punti in linea retta.
La linea spezzata è l'unione ad angolo di più linee rette.
2. Consideriamo ora due linee rette. Queste o sono parallele (Fig. 2.) o convergono verso un punto A. (Fig. 3.) o divergono da un punto A (Fig. 4.); Se giungono al punto A (Fig. 3.) si forma l'angolo, ed il punto d'incontro chiamasi vertice dell'angolo, e le linee lati o gambe dell'angolo.
3. Cada ora una linea sopra l'altra questo potrà accadere in due modi, o formando i due angoli (Fig. 5, 6.) OMN, OMA che diconsi adiacenti disuguali o uguali; se uguali questi chiamansi retti, e la linea BA che li forma dicesi *normale o perpendicolare;* Se disuguali chiamasi linea obliqua, e i due angoli, uno sarà acuto, e l'altro ottuso che presi insieme valgono due retti; e si dicono angoli di complemento, quei che insieme formano un retto; e di supplemento quei che assieme danno due retti; due angoli che hanno lo stesso *complemento,* o *supplemento* sono uguali, perchè gli manca lo stesso angolo per arrivare a formare uno, o due retti.
4. Si considerino ora le due rette che si taglino in un punto O (Fig. 7.) queste formano gl'angoli FON, MOG detti *verticali,* e sono sempre uguali fra loro poichè ad ambedue manca lo stesso angolo GON per arrivare a due retti cioè hanno lo stesso supplemento; Così saranno uguali MOF, NOG.
5. Prima di passare a considerare tre rette consideriamone una AC (Fig. 8.) che abbia l'estremo C fisso aggirandosi in-

torno a questo l'altro A viene a generare una curva che chiamasi *circonferenza, periferia, circolo.*

Il punto C si chiama *centro.*

La linea AC che la forma è il *raggio.*

AM doppio del raggio si chiama *diametro.*

Qualunque linea NO che non passa pel centro dicesi *corda*, e se passa pel centro è diametro; quindi una corda è sempre minore del diametro.

Il circolo si divide in 360 parti che si chiamano gradi. Ogni grado in 60 minuti primi e ciascun minuto primo in 60 secondi; 60°, 7', 4'', significa sessanta gradi, 7 minuti primi e quattro secondi. Una semicirconferenza (1) cioè mezza circonferenza vale 180°. Una quarta parte della circonferenza 90°.

6. Due diametri (Fig. 9.) FG, MN normali dividono la circonferenza in quattro parti eguali ciascuna di 90°. Considerando più circoli descritti collo stesso centro, ma con diverso raggio questi diconsi *concentrici.* L'angolo retto ha lo stesso numero 90 gradi per ciascun circolo donde si ricava che per misurare un angolo basterà far centro nel vertice (Fig. 10.) e con un raggio qualunque AM si descriva un arco AB il numero de' gradi che contiene quest'arco darà la misura dell'angolo.

7. Per vedere poi il numero de' gradi contenuti in questo arco AB vi ha un semicircolo graduato (Fig. 11.) AOM che chiamasi riportatore ch'è di osso o di metallo. Si pone AMB col vertice nel centro C e colla gamba o lato MB sopra CM e si osserva ove passa l'altro lato MA e si vedrà p. es. che passa sul punto O si osserva il numero de' gradi e si vedrà nel caso nostro 30 tale sarà la misura dell'arco e dell'angolo.

8. Veniamo ora a combinare tre linee rette. Queste

I. O sono tutte e tre parallele (Fig. 12.) e non v'è niente a considerare.

II. O sono due parallele tagliandole la terza e verranno a formarsi più angoli che sono QOF, QHI (Fig. 13.) che diconsi *uno esterno e l'altro interno dalla medesima parte*,

(1) A taluni sembrerà ridicola questa distinzione, ma siccome ho inteso più volte dire *semicirconferenza* ciò che era arco di circolo; ho creduto notare chiaramente il suo vero significato.

e sono uguali; MOH, OHI che si chiamano *angoli alterni interni* e sono uguali.

QOF GHR *angoli alterni esterni* e sono uguali.

FOH, IHO *angoli dalla stessa parte* che insieme valgono due retti.

III. O nessuna è parallela e si taglieranno fra loro in tre punti A, B, C e la figura che ne risulta BAC chiamasi *triangolo* (Fig. 14).

9. Il triangolo ha sei parti che lo compongono che diconsi elementi, tre angoli, e tre linee o lati. Considerando i lati il triangolo può essere *equilatero*, *isoscele*, *scaleno*, riguardando gli angoli può essere il triangolo *acutangolo*, *rettangolo*, *ottusangolo*.

Il triangolo equilatero è quello che ha i tre lati eguali (Fig. 15 a).

Il triangolo isoscele è quello che ha solo due lati eguali (Fig. 15 b).

Il triangolo scaleno è quello che ha i tre lati fra loro disuguali (Fig. 15 c).

Il triangolo acutangolo è quello che ha tutti gli angoli acuti (Fig. 16 d).

Il triangolo rettangolo è quello che ha un angolo retto (Fig. 16 e). I cateti sono i lati che comprendono quest' angolo, ed ipotenusa è il lato opposto.

Il triangolo ottusangolo è quello che ha un angolo ottuso (Fig. 16 f).

10. I tre angoli presi insieme valgono due retti, ovvero 180.° quindi in un triangolo non vi potrà essere più di un angolo retto; nè più di un angolo ottuso.

Il triangolo equilatero ha ciascun angolo eguale a 60° perchè presi insieme danno 180°.

Il triangolo isoscele ha gl' angoli alla base uguali fra loro.

Affinchè un triangolo sia determinato conviene avere tre de' suoi sei elementi fra i quali vi sia almeno un lato, cioè:

O due lati e l' angolo compreso,

O due angoli e lato compreso,

O i tre lati.

Ovvero ancora due lati ed un angolo adiacente (Fig. 17.).

Siano dati i lati DB, AB e l'angolo A, si potrà avere o il triangolo DAB, o CAB per cui sarà determinato nel solo caso che il lato DB sia uguale ad OB giacchè sarà uno solo il triangolo che risolverà il problema.

11. Consideriamo ora quattro linee rette o sono parallele, o tre parallele tagliate dalla quarta, e verranno a formare gli stessi angoli considerati di sopra (Parag. 8°.).

III. Ovvero due sole parallele MN, QR verranno a formarsi due triangoli bac, bde che saranno equiangoli (Fig. 18.).

Due triangoli equiangoli sono simili, cioè hanno i lati omologhi proporzionali. I lati omologhi sono quelli che si oppongono agl' angoli uguali: Proporzionali cioè saranno metà, terze, quarte.... parti de' lati dell' altro triangolo.

Per conoscere se due triangoli siano simili debbono avere o

I tre angoli respettivamente eguali.

I tre lati proporzionali.

Due lati proporzionali e l'angolo compreso uguale.

Due angoli uguali e il lato compreso proporzionale.

IV. Ovvero nessuna delle quattro fosse parallela (Fig. 19.) si uniranno in quattro punti A, B, C, D e la figura dicesi *quadrilineo.* Secondo le diverse grandezze degli angoli e dei lati il quadrilineo ha i seguenti nomi, *Quadrato*, *Rettangolo, Parallelogrammo, Rombo, trapezio* o *capotagliato.*

Il quadrato è chiuso da quattro lati eguali chiusi ad angolo retto (Fig. 20 a).

Il rettangolo ha i lati opposti eguali e paralleli chiusi ad angolo retto (Fig. 20 b).

Il parallelogrammo ha i lati e gli angoli opposti eguali e paralleli chiusi ad angoli obbliqui (Fig. 20 c).

Il rombo è una figura che ha i quattro lati e gli angoli opposti eguali chiusi ad angoli obbliqui (Fig. 20 d).

Il trapezio è quello che ha due lati paralleli (Fig. 20 e) che possono essere normali a un terzo (Fig. 20 f) ciò che serve nella misura della superficie di campagna. Si chiama ancora capotagliato poichè si considera come il residuo di un triangolo (Fig. 18.) che sia stato tagliato da una linea MN parallela alla QR tolto il capo b a c.

12. Queste figure si possono dividere in triangoli per mezzo delle linee AD, BC che chiamansi diagonali. Ciascuna

AD, ovvero BC divide le figure in due triangoli eguali fra loro così ABC è uguale BDC nelle (a, b, c, d.).

Nel quadrato e rettangolo, le due diagonali sono uguali.

Nel parallelogrammo e rombo sono disuguali.

Nel rombo le diagonali si segano ad angoli retti.

Nella (Fig. 20 f) conducendo A D normale alla C E, ed A C si divide il capotagliato in tre triangoli ovvero in un rettangolo e un triangolo rettangolo.

Il quadrato è determinato quando viene data la misura di un lato.

Il rettangolo de' due lati disuguali.

Il parallelogrammo due lati e l'angolo compreso.

Il rombo un lato ed un angolo.

Il trapezio (Fig. 20 e) perchè sia determinato bastano tre lati e i due angoli che l'uniscono.

Il trapezio (Fig. 20 f) bastano i tre lati cioè i due paralleli, e il terzo su cui cadono.

13. Considerando cinque linee rette verrà a formarsi una figura di cinque lati che chiamasi *pentagono;* sei linee formano l'*esagono,* sette linee formano l'*ettagono,* otto l'*ottagono,* nove l'*enneagono,* dieci il *decagono,* dodici il *dodecagono,* quindici il *pentadecagono*........In genere un numero di linee unite vengano a formare un *poligono.*

14. Un poligono qualunque può dividersi in tanti triangoli, quanti sono i lati; o in tanti quanti sono i lati meno due; Si divide nel primo modo prendendo un punto O (Fig. 21 a) e da questo conducendo tante linee agl' angoli A, B, C. . . . Si divide nel secondo conducendo dall' angolo A del poligono le linee A D, A C, A E agl' angoli opposti che chiamansi *diagonali* (Fig. 21 b).

15. Poligoni eguali sono quelli che hanno lati ed angoli eguali, a questi si può inscrivere e circoscrivere un circolo. Per inscriverlo si trovi il centro O (Fig. 22.) del poligono che può ottenersi o elevando due normali O B, O N alle metà di due lati; o conducendo due linee A O, M O che dividano per metà due angoli A, M del poligono (§§. 53,72) il loro punto d' incontro sarà il richiesto, si conduce la normale O N che chiamasi *apatema* è fatto centro col compasso nel punto O col raggio O N si avrà il circolo inscritto; e descrivendolo col raggio O M si avrà il circolo circoscritto.

16. La somma degl'angoli interni d'un poligono è eguale a tante volte 180° quanti sono i lati meno due, cioè tante volte 180° quanti sono i lati meno 360°. Così nel quadrato che sono quattro retti sono tante volte 180° quanti sono i lati cioè quattro; ma però meno due, dunque sono due volte 180° cioè 360° uguali a quattro retti.

17. La somma poi degl'angoli esterni a, b, c, d, e, f, è sempre uguale a 360° (Fig. 23).

MODO PRATICO DI DIVIDERE IL CIRCOLO IN UN NUMERO DI PARTI EGUALI.

18. Si voglia dividere il circolo in 3, in 6, 12 parti eguali.

Preso il raggio C B fatto centro in B (Fig. 24.) si descrive l'arco ACD, la corda AD sottenderà una terza parte del circolo. Se poi si porta il raggio dal punto D al punto B sarà D B la corda che sottenderà la sesta parte del circolo.

Abbassando dal centro la normale C E sulla corda B D dividerà questa l'arco sotteso in due parti eguali, e sarà l'arco D E la 12 parte del circolo, e così di seguito conducendo la normale C G sopra la corda E D sarà G D la 24 parte del circolo.

19. Si voglia dividere il circolo in quattro, otto, sedici . . . . parti eguali (Fig. 25.).

Condotti due diametri A B, E F normali fra loro divideranno il circolo in quattro parti eguali.

Menata la C D normale alla E B sarà D B l'ottava parte del circolo. Parimente condotto C R normale alla E D sarà E R la sedicesima parte, ed in tal modo proseguendo si può ottenere la trentaduesima parte.

20. Dividere il circolo in 5, 10, 20, 30 parti eguali (Fig. 26.).

Per dividere il circolo in cinque parti conviene prima dividerlo in 10 parti. Ora ad ottenerlo diviso in questo numero di parti si prende il raggio C B e si porti in C' B' si costruisca su questo un quadrato (Problema 23) che sarà C' B' O M, si divida C' M' per metà in N e condotto N B', si prenda Q N uguale ad N B' sulla parte C' Q si costruisca il quadrato Q R F C' si prenda C' F e si porti in A B sul circolo questa sarà la corda che sottenderà la decima parte

della circonferenza portata ancora da A in D congiunti i punti D, B sarà D A B la quinta parte del circolo.

Se dal punto C si conduce la perpendicolare C Q sopra A B corda, si avrà Q B la ventesima parte del circolo, ed in tal guisa se si vuol proseguire si otterrà la quarantesima parte del circolo.

21. Se si vuole dividere il circolo in 15, 30, 60 parti eguali.

Si prenda il raggio OB e si porti in A, B; Si ponga in B, C una parte tale del raggio ottenuto come nella (Fig. 25.) in C A, e la parte A C sarà la 15 del circolo.

Condotta sulla corda AC la perpendicolare OM sarà AM la 30ª. parte e così di seguito si otterrà la 60ª parte della circonferenza.

DELLE SUPERFICI

22. Abbiamo fin quì veduta l'origine delle figure geometriche piane, triangolo, quadrato, rettangolo, parallelogrammo, trapezio, rombo, poligono, vediamo ora come potrà aversi la grandezza dello spazio chiuso fra le linee o lati delle figure.

23. Questo spazio si chiama *area* o *superficie* volendo di questo avere la grandezza è chiaro che dovrà paragonarsi con altra superficie nota giacchè grandezza assoluta non esiste. La superficie nota a cui si riferiscono tutte è il quadrato come la figura più semplice, costruito sopra l'unità di misura lineare, p. es. sul palmo, metro, canna, ec. e si conoscerà la grandezza della data superficie dal numero delle volte che il quadrato costruito sull'unità di misura entra nella superficie.

24. Nel quadrato si ottiene moltiplicando per se stesso il numero delle volte che l'unità lineare entra nel lato del quadrato così p. es. Misurato il lato del quadrato (Fig. 20. a) ABCD si vedrà che il palmo v'entrerà 5 volte. Si dirà che la superficie del quadrato sono 25 palmi quadrati.

25. Nel rettangolo (Fig. 20 b) si misurano i due lati disuguali BD, CD e veduto che BD è lungo metri 5, e l'altro CD è lungo metri 3. Si farà il prodotto e il N. 15 ci dice che la superficie del rettangolo equivale a metri quad. 15.

26. Nel rombo, e parallellogrammo (Fig. 20. c. d) sarà necessario conoscere l'altezza, e ciò si conoscerà per mezzo della normale condotta dal punto A sul punto O del lato C D, che chiamasi *base;* fatto ciò si misura questo, e siano canne 4, e l'altezza AO siano canne 7. Il loro prodotto 4. 7 cioè 28 canne quadrate sarà la superficie del parallellogrammo, e del rombo 12 canne quadrate parimenti moltiplicando due numeri 3, 4.

27. La superficie di un triangolo (Fig. 28.) si ottiene moltiplicando la base per la metà dell'altezza, o l'altezza per la metà della base, ovvero dividendo per due il prodotto della base per l'altezza. L'altezza sarà la normale BM che si procurerà farla cadere sempre dentro il triangolo, e cio si ottiene nel rettangolo prendendo uno dei cateti per base e l'altro per altezza. Nell'ottusangolo abbassando la normale dall'angolo ottuso, e nell'acutangolo abbassandola da un angolo cadrà sempre dentro. Nel caso nostro sia la base AC, P. 15. l'altezza BM P. 6. Saranno 45 palmi quadrati la superficie del triangolo.

28. Nel trapezio (Fig. 20. e. f.) vi può essere uno dei lati non paralleli BC perpendicolare ai paralleli o nò; Nel primo caso basterà misurare i tre lati AB, BC, CE p. es. col metro e si abbiano le tre misure come nella figura 7, 4, 8 per ottenere la superficie si sommano i lati paralleli 7, 8 e si otterrà 15 questa somma si moltiplichi per la metà della BD che chiamasi altezza cioè per 2 ed il prodotto 30 metri quadrati è la superficie. La regola dunque è *somma de' lati paralleli per la metà dell' altezza, ovvero metà della somma de' lati paralleli per l' altezza, prodotto della somma de' lati paralleli per l' altezza, ed il prodotto diviso per due* darà la superficie richiesta.

Può essere che dei lati nessuno sia normale ai paralleli allora conviene condurre un normale BD che sarà l'altezza, e si eseguirà la moltiplicazione nel modo indicato così si avrà

Lati paralleli	palmi	10
		23
	Somma	33
Per la metà dell'altezza		3
Palmi quadrati superficie del trapezio.		99

29. Può accadere tanto in campagna quanto in città di volere la superficie di un poligono regolare; (Fig. 22.) per ottenerla basterà condurre dal centro O la perpendicolare OB sulla base AM si misureranno queste e si abbia la base FE lunga metri *quattro,* e l'altezza QM metri *tre,* il prodotto di questi darà 12, e presane la metà cioè 6 sarà la superficie del triangolo e moltiplicato questo pel numero de' lati nel caso nostro otto si avrà il prodotto 48 cioè la superficie del poligono sono metri quadrati 48.

30. Se il poligono fosse irregolare per averne la superficie converrebbe dividerla in quadrati, rettangoli, triangoli rettangoli, o trapezi della prima specie descritti al §. 28. Difatti sia ABCDEF (Fig. 29.) il poligono irregolare di cui si cerchi la superficie, condotte le due linee principali AF, BE siano queste parallele condotta AC normale sarà ABEF un trapezio di altezza Aa; dal punto b, d, della BE si elevino le perpendicolari bC, dD che incontrino gl' angoli C, D in tal guisa avremo la parte BCDE divisa in due triangoli rettangoli ed un trapezio di altezza b d; parimenti condotta la normale Gc sarà questa l' altezza del triangolo AGF, diviso in tal modo il poligono basterà prendere le misure di tutte le distanze fra due punti come vedesi dalla figura; avute tutte queste misure si procederà alla calcolazione. Così si avrà pel trapezio ABEF 8 + 5 da 13

	4 + 4 + 8 + 3 da	19
		32
	metà	16
	per l' altezza	4
Superficie del detto trapezio		64
Pel triangolo AGF avremo	8 + 5 da	13
per la metà dell' altezza		1
Superficie		13

Pel trapezio CbdD avremo lati paralleli	6
	9
	15
per la metà dell' altezza	4
Superficie	60
Pel triangolo D d E avremo base	3
per la metà dell' altezza	3
Superficie	9
Triangolo C b B base	9
per la metà dell' altezza	4
Superficie	36

Sommando le superfici parziali.

Triangolo AGF	Metr. Q.	13
Trapezio ABE	id.	64
Trapezio C b d D		60
Triangolo D d E		9
Triangolo C b B		36
Superficie Totale M. Q.		182

ed in tal guisa sarà facile avere le superfici di qualunque siasi poligono.

Si può ancora avere la superficie del poligono conducendo le diagonali (Fig. 21. b.) che verrà divisa in triangoli, e prendendo la superficie di ciascuno di questi, e sommandole insieme daranno la superficie richiesta.

31. La superficie di un circolo si ha

I. Moltiplicando la circonferenza rettificata, cioè (considerata la sua periferia come una linea retta) per la metà del raggio, ovvero

II. Moltiplicando il quadrato del raggio per 3 1/7.

III. Ovvero finalmente moltiplicando il quadrato del suo diametro per 11/14.

Si vede dal N. 1. che bisogna conoscere e lunghezza della circonferenza e diametro; ma ora vedremo, che dato il diametro si può conoscere la circonferenza con approssimazione, e viceversa data questa si può avere il diametro.

Dato il diametro di un circolo si può avere la circonferenza approssimativa col moltiplicarlo per 3 1/7, e viceversa data la circonferenza si può avere il diametro dividendola per 3 1/7.

Esempio.

Sia 14 il diametro, avremo (fig. 30. a)

14 $\times$ 3 1/7 che dà 14 $\times$ 3 . . . 42
14 $\times$ 1/7 . . . 2

Circonferenza 44

Sia la circonferenza 44, avremo

44 : 3 1/7

cioè 44 : 22/7 che dà 308/22 cioè 14 diametro.

Nello stesso modo poteva ottenersi così. Se il diametro è 7, si considera la circonferenza approssimata 22; quindi dato 14 diametro dell' esempio suddetto si fa la seguente proporzione.

7 : 22 = 14 : alla circonferenza che si vuole, cioè sarà $\frac{14 \times 22}{7}$

uguale 28
28
308 | 7
28 44 circonferenza ottenuta.

Se però fosse dato questo, si avrebbe

22 : 7 = 44 : al diametro, cioè

$\frac{44 \times 7}{22}$ $\frac{308}{22} = 14$

diametro ottenuto di sopra. Ottenuta circonferenza e diametro, basterà moltiplicare la circonferenza per la metà del raggio, cioè la quarta parte del diametro.

Esempio.

44 $\times$ 3 1/2 = 154.

Esempio 2.

Sia il diametro 18 si vuole la circonferenza, avremo (Fig. 30. b)

7 : 22 = 18 : alla circonferenza

cioè circonferenza $\frac{22 \times 18}{7} = $ 22
18
———
176
22
———
396 | 7
46 | 56 4/7
4

Circonferenza 56 4/7
Moltip. per la 4. parte 4 1/2
————
224
28
2 2/7
2/7
————
Superficie 254 4/7

Sia dato la circonferenza 56 4/7 avremo
22 : 7 = 56, 4/7 : al diametro che sarà $\frac{56,\ 4/7 \times 7}{22}$

56
7
———
392

$\frac{4/7 \times 7}{4}$

Sommati 392
4
————
396 | 22
176 | 18 diametro
00

Moltiplicando la sua quarta parte 4 1/2 per la circonferenza data 56 4/7
4 1/2
———
si avrà 254 4/7

II. Vediamo di avere la superficie dei medesimi circoli già sopra addotti col secondo modo, cioè moltiplicando il quadrato del raggio per 3 1/7.

Esempio 1.

Essendo 14 il diametro, il raggio è 7, il suo quadrato sarà 49, e moltiplicato

```
   49
 3 1/7
------
  147
    7
------
```

Superficie di sopra ottenuta 154

Esempio 2.

Essendo il diametro 18, il raggio sarà 9, che quadrato darà 81
moltiplicato per 3 1/7

```
 243
  11 4/7
--------
```

Superficie ottenuta 254 4/7

III. Finalmente vediamo di ottenere le medesime col terzo modo, cioè moltiplicando il quadrato del diametro per 11/14

Esempio 1.

Essendo il diametro 14 (Fig. 30. a), il suo quadrato sarà

```
  14
  14
----
  56
 14
----
 196
```

Moltiplicato per 11/14

```
sarà   196
      196
     ------
     2156 | 14
       75 |____________________
       56   154 superficie ottenuta.
       00
```

Esempio 2.

Essendo il diametro 18 (Fig. 30. b), avremo pel suo quadrato

```
                18
                18
               ----
               144
                18
               ----
               324
Moltiplicato per 11/14
               ----
               324
              324
             -----
              3564 | 14
                76 |--------
                64   254 4/7 superficie ottenuta di sopra.
                 8
```

32. Trovare la superficie di un settore o segmento circolare (Fig. 31).

Settore circolare è quello spazio compreso fra due raggi e l'arco di circolo, cioè ABC.

Segmento è lo spazio compreso fra la corda e l'arco, cioè AbB.

Per avere la superficie del primo basta misurare la lunghezza dell'arco ADB che sia palm. 6, essendo il raggio palmi 7. Moltiplicando l'arco rettificato 6

per la metà del raggio 3 1/2

```
  18
   3
 ----
```

la superficie del settore 21

Per avere la superficie del segmento basterà prendere la superficie del triangolo (§. 27) $5 \times 2 = 10$ e questo sottratto dalla superficie del settore darà la superficie del segmento, cioè 21

```
 21
 10
 ---
 11
```

Volendo poi la superficie del settore e segmento maggiore AMBCA, ABMA, si opererà così:

Per avere il settore si moltiplichi il resto della circonferenza 38
per la metà del raggio 3 1/2

114
19

Superficie ricercata del settore 133
Aggiungendo l'area del triangolo 10

Sarà la superficie del segmento maggiore 143
Che sommato colla superficie dell'altro 11

154 si ha la superficie dell'intero circolo ottenuta di sopra.

33. Si voglia la superficie del piano annulare, cioè di quella parte compresa fra due circoli come vedesi (Fig.104) l'area MNBC. Si prenda la metà della somma dei due diametri OC, oc 16
8

24
12 metà.

Ottenuto questo diametro se ne trovi la rispettiva circonferenza 3 1/7
12

36
1 5/7

37 5/7

Si moltiplichi 37 5/7 per la larghezza del piano annulare Oo cioè 4

148
2 6/7

150 6/7 superficie richiesta.

Si sarebbe ottenuto lo stesso risultato dal residuo della superficie di due circoli, come si vede dal seguente

Esempio.

Circolo mag.	Circolo min.
16	8
16	8
———	———
96	64
16	11/14
———	———
256	64
11/14	64
———	704 | 14
256	0 50 2/7
256	
2816 | 14	
16 201 1/7	

sottratte le superficii { 201 1/7
50 2/7
———
150 6/7 come sopra

34. Volendo la superficie di un quadrilatero che abbia due lati DE, AM rettilinei, e gli altri due paralelli curvilinei DA, EM (Fig. 32). Si dovrà moltiplicare il lato AM per la linea che divide per metà il quadrilatero, cioè per la GF, così si avrà 132
8
——
1056 palmi quadrati.

. Ciò è di grande uso per le strade specialmente tortuose delle ville, campagne ec.

35. Siccome non rare volte accade in pratica di dovere misurar la superficie di un ellisse geometrica, non sarà fuor di proposito darne quì la regola pratica. E primieramente diremo sulle sue proprietà, e sul modo di descriverla (Fig. 33.).

Questa curva ha due assi detti principali AC maggiore, BD minore, che si dividono in due parti eguali ad angolo retto. Sull'asse maggiore vi sono due punti F, F', che si chiamano fuochi egualmente distanti dal centro O, e la di-

stanza di qualunque punto della curva dai detti *fuochi* è sempre costante ed eguale all'asse maggiore, cioè

FE più EF' = F'D più FD = AC.

36. Ciò posto facilmente può intendersi come si descrive un ellisse. Si prenda un filo o spago, si fermi nei punti F, F' lasciandolo lento, come vedesi (Fig. 33.) FDF' messo nella sinuosità dello spago lapis, stilo o altro, atto a disegnare, si vada percorrendo la superficie. La traccia lasciata sarà un *ellisse.*

Si può anche descrivere (Fig. 34) l'ellisse per punti, prendendo la distanza Aa maggioreAF, e fatto centro nel punto F' e dopo nel punto F si descrivano i quattro archi con questo raggio ai punti M, M, M', M', presa poi la parte AB che manca ad Aa per formarne l'asse maggiore, si faccia centro nei due punti F, F', e si descrivano quattro archi che taglieranno i primi nei punti M, M, M', M', unendo A con M', M' e B con M, M, si principierà ad avere la curva richiesta. Per avere altri punti si prenderà Ab e bB, e fatto centro nei punti F, F' si avranno le intersezioni N', N', N, N.

37. Se si vuole che passi per i due punti A, B dell'asse maggiore, basterà prendere lo spago eguale alla distanza AB e poi fissando gli estremi in due punti F, F', in modo che siano eguali le distanze AF, F'B, e descrivendo collo stilo si avrà la curva richiesta.

38. Se si vuole che passi pei punti M, N dell'asse minore (Fig. 35.). Condotta una normale indefinita AB sul punto medio della MN, e presa una distanza qualunque uguale a MF, fatto centro nel punto M col raggio FM, si taglierà la MN nei punti F, F', che saranno i fuochi, preso quindi uno spago lungo due volte FM cogli estremi fissi nei punti F, F' si descrive come sopra.

39. Se sono dati i due assi maggiore (Fig. 35.) e minore, cioè se si vuole che l'ellisse passi per i quattro estremi delle rette. Si prenderà uno spago lungo quanto AB, e presolo per la sua metà p. es. in O si metta nel punto M, lasciando liberi gli altri punti in A, G, fissato così nel punto M, si prendano i punti A, G, e si tenda lo spago, questo dovrà tagliare nei punti F, F' la linea AB, che saranno i fuochi, si fermano gli estremi A, G dello

spago in F', F, e ponendo un oggetto atto a segnar nel punto M dello spago, e lasciandolo libero si vada girando la traccia sarà un' ellisse che passerà per i quattro punti dati.

40. Alcuni usano forme particolari d' ellissi che debbono però dirsi piuttosto ovali, e sono composte di archi di circolo.

41. Si vuole sopra una retta AB descrivere un ovale, cioè un' ellisse composta di archi di circolo (Fig. 36.). Si divida AB in tre parti eguali AM, MN, NB. Si faccia centro prima in M, e poi in N, e col raggio MN si descrivano i due circoli AONL, BOMF, si conducano i quattro diametri GQ, OL, QH, OF, che passino pei quattro punti O, M, N, Q d' intersezione coi circoli; si faccia centro nei punti O, Q col raggio GQ, e si descrivano gli archi GZH, LZ'F che compiranno l' ovale richiesto, che sarà AGZHBQZ'LA.

42. Si vuole di questa la superficie, per ottenerla si prenderà la superficie dei due settori GML, GQH, si sommeranno, e la somma si raddoppierà, da questa somma dovrà togliersi la superficie del rombo ONQM, altrimenti sarebbe calcolato due volte. Il risultato sarà la superficie domandata.

Esempio.

Siano gli archi GAL, HBF ciascuno lungo pal. 10.
Gli archi GZH, LZ'F ciascuno pal. 7.
Il raggio MG pal. 4, quindi QG, QH pal. 8.

Avremo la superficie GML	20
Superficie GQH	28
	—
Il doppio	96
Sottratta la superficie del rombo	12
	—
Superficie richiesta	84

43. Volendo però la superficie dell' ellisse della prima specie dovrà operarsi nel modo seguente:

Prese le metà dei due diametri dell' ellisse se ne faccia il prodotto, che dovrà moltiplicarsi per 3 1/7, ovvero ancora moltiplicando i due numeri che esprimono le lunghezze dei due diametri e il prodotto moltiplicandolo per 11/14.

Esempio.

Sia un'ellisse ABCD, i di cui assi siano pal. 14 e 10.

Avremo 7 × 5 dà 35

3 1/7

105
5

110 superficie.

Ovvero 14 × 10 dà 140

11/14

140
140

1540 | 14

14 110 superficie
0

44. Volendo la superficie di un settore o segmento ellittico CbBd (Fig. 37.). Si costruisca sopra l'asse maggiore AB il circolo AMBN, e si prolunghi la corda bd fino all'incontro del circolo in M, N, si conducano i raggi CM, CN, e si prenda la superficie del settore CMBN, e si farà la proporzione.

Come la corda MN sta alla corda bd, così l'area del settore CMBN sta al settore che si cerca; cioè sarà l'area che si cerca eguale all'area del settore del detto circolo moltiplicato pel rapporto $\frac{bd}{MN}$ delle corde dell'ellisse al circolo.

Esempio.

Sia l'arco MBN lungo P. 15
Il raggio CM 4
Area del settore CMRN sarà 15×2

cioè P. Q. 30

Sia la corda MN lunga P. 10
La corda bd 4

e si farà la seguente proporzione come si è detto di sopra MN : bd = CMBN: CbBd, donde mettendo le corrispon-

denti lunghezze, e chiamando x il settore CbBd, avremo $10 : 4 = 30 : x$ trovando la x come si è detto sarà

$$x = \frac{120}{10} = 12$$

palmi quadrati il valore superficiale del settore ellittico.

45. Per avere il valore superficiale del segmento bBd basterà operare come si è fatto per ottenere la superficie di quella del circolo, cioè togliendo dalla superficie del settore quella del triangolo bCd si avrà un residuo che sarà appunto il valore superficiale del segmento bBd.

Esempio.

Essendo bd lunga P. 4
Sia l'altezza P. 2
Avremo la superficie del triangolo bCd dato da 4×1 cioè 4.

Essendo la superficie del settore	12
Sottratto quella del triangolo	4
Sarà quella del segmento	8

46. Può accadere in pratica di volere la superficie di un triangolo non conoscendone l'altezza.

Se il triangolo (Fig. 16 f.) è scaleno, ecco la regola pratica. - Siano le lunghezze dei tre lati 10, 8, 6, che sommate insieme daranno 24, se ne prenda la metà che sarà 12, da questa si sottraggano un per volta i lati del triangolo:

così 12 meno 8 darà 4
così 12 meno 6 darà 6
così 12 meno 10 darà 2

Moltiplicando questi residui avremo 48 e questo moltiplicato per 12

96
48

darà 576

Estraendo da questo numero la radice seconda cioè

trovando quel numero, che moltiplicato per se stesso dia 576, che nel caso nostro è 24, perchè

24
24
96
48
576

il numero 24 sarà la superficie cercata.

Se si volesse conoscere l'altezza del triangolo si prenda un lato p. es. 8, e presane la metà, si divida la superficie cercata 24 per 4, ed il quoto 6 sarà la normale o altezza del triangolo che si vuole.

DEFINIZIONI E MISURA DE' SOLIDI.

47. Uno spazio invece di essere chiuso da linee può essere ristretto da piani, questo non dicesi supesficie, ma solido. Quindi il solido è uno *spazio* chiuso in tutti sensi da piani, ed ha le tre dimensioni lunghezza, larghezza ed altezza. I solidi che considereremo saranno i più comuni, cioè: Cubo, paralellepipedo rettangolo, prisma, piramide cilindro, cono, sfera. Lo spazio compreso fra i detti piani dicesi volume, e per conoscere la grandezza di questo, si paragona al cubo fatto sull' unità di misura, ch'è il solido più semplice, di cui le tre dimensioni sono uguali.

48. Il cubo o dado è un solido chiuso da sei quadrati (Fig. 38).

Per avere di questo la superficie o parziale o totale, essendo tutte le faccie uguali, basterà prendere la superficie di un lato, e ciò si ottiene moltiplicando una misura per se stessa trattandosi di quadrato, e si avrà 9, moltiplicando questo pel numero delle faccie di cui si vuole la superficie.

49. Così per le laterali dovrà moltiplicarsi il 9 per 4 che dà 36

per le orizzontali il 9 per 2 18

per la totale il 9 per 6 che dà 54 somma delle parziali.

Volendo la solidità si moltiplichi per se stesso due volte la misura di uno spigolo 3. 3. 3 dà 27.

50. Il paralellepipedo rettangolo (Fig. 39.) è un solido compreso da sei rettangoli, quattro uguali fra loro, e due fra loro, cioè le due basi, e sono le quattro AEHB, AFDE, BCGH, DFGC, le due basi ABDC, FGHE. Di questo parallellepipedo si può volere o la superficie totale che lo circonda, o la laterale, o la orizzontale.

I. Si vuole la superficie laterale, si sommino i lati HE, EF, GF, GH, cioè 7 palmi
4
7
4
———
22 e si moltiplichi questo
per l'altezza 14
———
88
22
———
Palmi quadr. 308 sarà la superficie richiesta.

II. Si voglia la superficie delle basi.

Si moltiplichi un lato 7 per 4 altro lato, che dà 28, e sarà questa la superficie della base EFGH, moltiplicato per 2, cioè 56 palmi quadr. sarà la superficie richiesta.

III. Volendo la totale basterà sommare le parziali 308
56
———
Palm. Q. 364
superficie totale.

51. Volendo la solidità del parallelepipedo rettangolo si misurino p. es. col passetto i tre lati lunghezza, larghezza, ed altezza d'esso, cioè HG, FG, GC, e si moltiplichino fra loro che darà 7
4
———
28
14
———
112
28
———
392 P. C. solid. che si voleva.

52. Parallelepipedo obliquangolo è quel solido chiuso da sei parallellogrammi (Fig. 40).

Se si vuole la superficie laterale, si trovi prima quella di ciascuna delle quattro faccie ABEF, FEDH, ABCJ, CDHJ, e la somma sarà ciò che si vuole.

Nello stesso modo si opererà per la superficie delle basi AFHJ, BEDC, trovata la superficie di una basterà raddoppiarla per ottenere la richiesta. Per la superficie totale si sommeranno le parziali.

53. Volendo la solidità per mezzo di un filo a piombo si trovi l'altezza EG, e misurate le tre distanze AF P. 7, FH P. 4, EG P. 10, si moltiplicheranno fra loro il prodotto 280 pal. cub. sarà la solidità richiesta.

54. Il prisma è un solido chiuso da due superfici eguali e parallelle ed opposte ABCDE, abcde (Fig. 41), ovvero MNOPQ, mnopq, e da faccie laterali che possono essere o rettangoli o parallellogrammi.

Per avere le superfici parziale e totale dovrà operarsi nello stesso modo che si è detto pel parallellepipedo obliquangolo.

Per ottenere la solidità si dovrà prendere la superficie della base, ed essendo un poligono si opererà come si è detto al §. 30; moltiplicata questa per l'altezza si otterrà la solidità del prisma, che se sarà retto uno spigolo ne sarà l'altezza, se obliquo si troverà abbassando dalla base superiore un filo a piombo sulla base inferiore; la distanza fra le due basi sarà l'altezza.

55. La piramide è quel solido chiuso (Fig. 42) da triangoli i di cui vertici sono uniti in un punto E; questa può essere triangolare, quadrangolare, pentagonale, secondo che il numero dei lati della base siano tre, quattro, cinque.

La piramide sarà regolare quando la base sia un poligono regolare, e quando abbassata una perpendicolare dal vertice B, questa cada nel centro O del poligono base. Questa linea si dice asse della piramide; altrimenti la piramide è irregolare. Ma comunque sia, si trova la solidità di una piramide moltiplicando la superficie della base, che essendo poligona si troverà, come si è detto §. 30, per il terzo dell'altezza, ovvero moltiplicando il terzo della superficie base per l'altezza, ovvero ancora moltiplicaudo l'al-

tezza per la superficie della base, e prendendo un terzo del prodotto.

Esempio.

Sia una piramide quadrangolare regolare ABCDE, essendo la base un quadrato, la sua superficie sarà 9 $\times$ 9,
che dà 81
che moltiplicato per un terzo dell'altezza 5
———
405 palmi cubi
solidità richiesta, ovvero l'altezza 15
per un terzo della superficie base 27
———
105
30
———
405

Ovvero ancora moltiplicando la superficie base 81
per l'altezza 15
———
405
81
———
1215

Di questo prodotto prendendo il terzo 405 sarà ciò che si voleva.

Per avere la superficie laterale di una piramide si dovrà operare nel modo seguente.

Se è regolare, dovrà prendersi l'altezza di una faccia triangolare, cioè la perpendicolare EM abbassata dal vertice della piramide sopra un lato della base che si chiama apotema, e moltiplicata la base per la metà dell'altezza si avrà la superficie di una faccia, moltiplicando questa pel numero de' lati della base si avrà la superficie laterale, ed aggiungendo a questa quella della base, si avrà la superficie totale della piramide regolare.

Esempio.

Sia EM l' altezza che misurata sia P. 20 avremo
per la faccia AEB Base 9
per la metà dell' altezza 10

P. Q.	90	superficie
ed essendo	4	i lati della base
si avrà	360	palmi quadrati

superficie laterale della piramide, che sommata con 81 superficie base darà 441 palmi quadr. superficie totale.

Se è irregolare, dovrà trovarsi la superficie di ciascuna faccia, e sommatele si otterrà quella laterale; se poi si aggiunge alla superficie della base si otterrà la superficie totale della piramide.

56 Cilindro è quel solido compreso da una superficie convessa, avente per base due circoli uguali, e le di cui sezioni parallelle alle basi sono circoli eguali alle basi stesse.

Sarà retto, se il centro della base superiore cade sul centro della base inferiore, altrimenti si dirà obliquo.

Per avere la solidità di un cilindro qualunque (Fig. 43) si moltiplicherà la superficie del circolo base per l'altezza che nel retto sarà il lato AD, e nell' obliquo la normale AM abbassata sul prolungamento della base. Consisterà dunque tutta la difficoltà solamente nel trovare la superficie della base, cioè del circolo, ciò che si otterrà con uno de' metodi indicato di sopra.

Esempio

Sia il diametro della base P. 16.

```
                        16
                         3 1/7
                       ------
                        48
                         2 2/7
                       ------
                        50 2/7      sarà la circonferenza
che moltiplicata per      4         metà del raggio
                       ------
                       200
                         1 1/7
                       ------
                       201 1/7      Superficie della base
e moltiplicata per      35   altezza del cilindro retto
                       -------
                       1005
                       601
                         5
                       -------
            P. Cubi    7020         solidità del cilindro retto
e per l' obbliquo sarà    201 1/7
                      per  28
                          ------
                          1608
                          402
                            4
                          ------
        Palmi Cubi  5632
```

Volendo del cilindro retto la superficie curva basterà moltiplicare la circonferenza della base per l' altezza.

Esempio

```
Nel caso nostro la circonferenza è      50 2/7
        moltiplicato per l' altezza     35
                                       ------
                                        250
                                       150
                                        10
                                       ------
                                       1760    Palmi
```

Quadrati superficie richiesta. Prendendo poi due volte la superficie del circolo base cioè il doppio di 201 1/7 si avrà 402 2/7 e sommando con

1760 superficie laterale

2162 2/7 Superficie totale

57. Cono è quel solido che ha per base un circolo BC ed un vertice A (Fig. 44.) che segandolo parallellamente alla base si ottengono sezioni circolari; e segandolo con un piano che passi per l'asse, le sezioni sono triangoli. Se dal vertice condotto un filo a piombo questo cade nel centro O della base dicesi cono *retto* altrimenti obbliquo.

Si vuole la solidità del cono sia retto o obbliquo, questo si otterrà col moltiplicare la superficie base per il terzo della sua altezza.

Esempio

Pel cono retto essendo il raggio 8 sarà 16 il diametro e la circonferenza sarà 50 2/7 e la superficie 201 1/7 come nell' esempio di sopra; moltiplicato

	201 1/7
per il terzo dell' altezza	15
	1005
	201
	2 1/7
	3017 1/7 Palmi Cubi solidità

del cono retto.

Pel cono obbliquo supposto la stessa base si abbassi dal vertice A un filo a piombo AC sul prolungamento della base e misurato sià P. lineari 36 moltiplicata la base

	201 1/7
pel terzo dell' altezza	12
	402
	201
	1 5/7
Solidità richiesta	2413 5/7 P. Cub.

Se si vuole la superficie curva del cono retto si dovrà moltiplicare la circonferenza della base 50 2/7
per la metà del lato AB 25

250
100
7 1/7

1257 1/7 Superficie laterale che sommato colla superficie della base cioè
1257 1/7
201 1/7

Si ha P. Q. 1458 2/7 Superficie totale

58. Sfera è un solido terminato da una superficie convessa, la quale ha tutti i suoi punti egualmente distanti da un punto interno chiamato *centro* (Fig. 45.).

Si vuole il volume di una sfera. Si otterrà questo moltiplicando il quadruplo della superficie del circolo massimo MANR (cioè della sezione circolare che passa pel centro) per un sesto del diametro.

Esempio

Essendo 24 palmi il diametro sarà 24
3 1/7

72
3 3/7

75 3/7 circonferenza del circolo massimo che moltiplicato per la metà del raggio cioè 6 si avrà 75 3/7
6

450
2 4/7

452 4/7 superficie del circolo

massimo e moltiplicato 452 4/7
per 4
———
1808
2 2/7
———
1810 2/7

moltiplicando questo
per un sesto del diametro 4
———
7240
1 1/7
———
Solidità della sfera 7241 1/7 P. Cub.

Si potrà ottenere ancora moltiplicando il diametro due volte per se stesso
cioè 24 × 24 × 24 ed avremo

24 e 576
24 24
—— ——
96 2304
48 1152
—— ——
576 13824

moltiplicando 13824 per la frazione 11/21
avremo 13824
11
———
13824
13824
———
152064 | 21
50 | 7241 3/21
86
24
3

ovvero Palmi Cubi 7241 1/7

Volendo la superficie della sfera si prenda quella del circolo massimo e moltiplicata per 4 il prodotto sarà la superficie della sfera.

Esempio

Come si è veduto la superficie del circolo massimo MANR saranno P. Q. 452 4/7

e moltiplicato per 4

1808

2 2/7

Palm. Q. 1810 2/7 Superficie della sfera.

Si può avere ancora moltiplicando il quadrato del diametro per 3 1/7. Difatti 24

24

96

48

576

3 1/7

1728

82 2/7

Superficie ottenuta 1810 2/7 P. Q.

59. Segmento sferico è una porzione di sfera che si ha segandola con un piano come vedesi dalla figura (Fig. 46.).

Sia il raggio AC della sfera P. 8. l'altezza BO del segmento P. 6. per avere la solidità si tolga dal raggio P. 8 il terzo dell'altezza BO cioè P. 2 e si avranno P. 6: Questo residuo si moltiplichi pel quadrato dell'altezza BO del segmento cioè per 6 $\times$ 6 che dà 36 ed avremo

36

6 residuo

216 questo prodotto

moltiplicato per 3 1/7

648

30 6/7

678 6/7 Palmi Cubici

volume del segmento sferico.

Esempio 2.

Sia un altro segmento di altezza P. 9 di una sfera di raggio P. 12 Avremo 12 raggio

3 terzo dell' altezza

9 moltiplicato

pel quadrato dell' altezza 81

729 questo prodotto

moltiplicato per 3 1/7

2187

104 1/7

2291 1/7 volume.

Volendo però la superficie convessa del segmento sferico si dovrà moltiplicare la sua altezza BO per la circonferenza del circolo Massimo.

Esempio

Essendo il raggio della sfera palmi otto, sarà il diametro Palmi 16

3 1/7

e la sua circonferenza 48

2 2/7

50 2/7

e moltiplicandola per l' altezza 6

300

1 5/7

superficie del segmento 301 5/7

L' altro segmento per arrivare a formare la sfera sarà

AMD ed essendo 16 il diametro l'altezza AMD sarà P. 10 moltiplicati per la circonferenza del circolo massimo

50 2/7
10
500
2 6/7
502 6/7

sommando le superfici dei due segmenti

301 5/7
502 6/7

804 4/7 superficie dell'intera sfera. Difatti l'area del circolo massimo è 201 1/7 moltiplicandolo per quattro si ottiene la superficie della sfera 804 4/7 già ottenuto dalla somma delle superfici parziali dei due segmenti componenti la sfera medesima.

60. Settore sferico è composto da segmento sferico e cono, come vedesi dalla Fig. 47.

Per averne la solidità dovrà prendersi separamente quella del segmento, e quella del cono colle regole date; è necessario però conoscere il diametro MA per avere la superficie della base del cono. Il segmento sia alto palm. 3, ed il cono palm. 9, raggio della sfera palm. 12.

Solidità del segmento.

	12	
	1	terzo dell'altezza.
	11	
	9	quadrato dell' altezza.
	99	
per	3 1/7	
	297	
	14 1/7	
Palm. cub.	311 1/7	solidità.

Solidità del cono.

Essendo il raggio 8 il suo quadrato 64
moltiplicato per 3 1/7

192
9 1/7

Superficie della base 201 1/7
moltiplicata per il terzo dell' altezza 3

603 3/7 solidità richiesta.

Sommando le due solidità parziali pal. cub. 311 1/7
603 3/7

Solidità del settore 914 4/7 P. C.

Come si vede in questa operazione per ottenere la solidità del settore bisogna conoscere il raggio 8 del circolo; ma non conoscendolo si prende la solidità del settore moltiplicando la superficie del segmento pel terzo del raggio. Così essendo la superficie palm. quad. 226 2/7
per il terzo del raggio 4

904
1 1/7

905 1/7 solidità richiesta.

Vi è una certa differenza tra la solidità ottenuta ne' due modi, ma ciò non prova che non portino allo stesso risultato, giacchè questa differenza n'è venuta a causa del raggio del circolo base MaAb che si è supposto palmi 8; ma mettendo il vero raggio si otterrebbe col primo metodo lo stesso risultato ottenuto col secondo.

Nello stesso modo volendo la superficie del settore sferico si prenderanno le superfici del segmento e del cono che lo compongono.

Esempio.

Superficie del segmento.

```
         24
          3 1/7
        -------
         72
          3 3/7
        -------
         75 3/7  sarà la circonferenza del circolo
massimo   3      moltiplicata per l'altezza del segmento
        -------
        225
          1 2/7
        -------
        226 2/7  palm. quad. superficie richiesta.
```

Superficie convessa del cono.

Si prende la circonferenza della base,

```
che essendo       16          il diametro
        sarà       3 1/7
                 -------
                  48
                   2 2/7
                 -------
                  50 2/7  e si moltiplichi per
la metà del raggio 6
                 -------
                 300
                   1 5/7
                 -------
                 301 5/7  P. Q. superficie che si voleva.
Sommando le superfici parziali  226 2/7
                                301 5/7
                                -------
                                528     superficie del settore
```

61. Quella porzione di sfera compresa fra due piani paralleli chiamasi zona

Per avere la solidità della zona (Fig. 48) si moltiplichi l'altezza MN per la semisomma delle basi AMO, RNG, e si aggiunga il prodotto agli 11/21 del cubo della stessa altezza MN.

Cubo di un numero è lo stesso numero moltiplicato per se stesso due volte.

Esempio.

Sia l' altezza palmi 8
il raggio della base super. 6
quello della base inferiore 12

	36
si avrà	3 1/7
	108
	5 1/7
	113 1/7 superficie della base superiore.
	144
si avrà ancora	3 1/7
	432
	20 4/7
base inferiore	452 4/7
	113 1/7
somma	565 5/7
metà	282 6/7
moltiplicato per	8 altezza
	2256
	6 6/7
	2262 6/7

Questo numero si deve aggiungere agli 11/14 del cubo di 8, cioè 8 × 8 × 8

```
  64
   8
 ———
 512
  11
 ———
 512
512
————
5632 | 14
  32 | 402 2/7
   4
```

sommando 402 2/7
2262 6/7
———
Palmi cubi 2665 1/7 solidità della zona.

Per averne la superficie si moltiplichi l'altezza MN per la circonferenza del circolo massimo della sfera, cioè di quel circolo descritto col raggio della sfera medesima.

Esempio.

Essendo palmi 16 il diametro del circolo massimo

```
16
 3 2/7
————
48
 2 2/7
————
```

sarà la sua circonferenza 50 2/7
per l'altezza P. 8

```
————
400
  2 2/7
————
```

Palmi quad. 402 2/7

62. Il solido ABDCFHGE (Fig. 49.) chiamasi Piramide troncata, ed è quella parte della Piramide compresa fra la base ed un piano ad essa parallelo.

La solidità di una Piramide regolare troncata, si ha sommando la superficie delle due basi parallele ABCD, EFHG

con una terza che sia media proporzionale fra le dette basi, ciò che si ottiene prendendo la radice del prodotto delle due superfici avute, e questa somma moltiplicata per un terzo dell'altezza del tronco, che siano M. 12.

Esempio.

Sia la base un rettangolo, di cui i lati siano Metri 24. e M. 8.

Sia la sezione un altro rettangolo, i lati del quale siano M. 6. e 2.

	24
	8
La superficie del primo sarà	192
	6
	2
Quella del secondo	12
Sommando	192
	204

Prendendo la radice del prodotto delle due superficii

	192
	12
	384
	192
	2304

Si vedrà ch'è 48, ora avuti i tre numeri 192, 48, 12. Se ne faccia la somma.

	192
	48
	12
	252
Si moltiplichi pel terzo dell'altezza	4
Solidità ricercata	1008

Esempio 2.

Sia un' altra Piramide troncata quadrangolare di altezza M. 18, la base M. 64×48; la sezione M. 3×4. Avremo:

```
 64
 48
———
 512
256
————
3072  superficie base.
  12  superficie sezione.
————
 6144
3072
—————
36864 prodotto di cui la radice è 192.
```

Sommando ora le tre quantità 192

```
                                192
                               3072
                                 12
                              —————
                      somma    3276
pel terzo dell' altezza           6
                              —————
volume                        19656
```

La superficie però della piramide troncata si ha moltiplicando la metà delle somme de' perimetri delle due basi per l' altezza di una faccia, cioè l' altezza compresa fra le due basi. Il perimetro non è altro che la somma delle lunghezze di tutti i lati.

Esempio

Essendo una piramide troncata quadrangolare, sarà il

perimetro della base 64, ed il perimetro della sezione 16.

Sommando 64
16
———
80
metà 40 della somma
per 14 altezza
———
160
40
———
560 superficie laterale della piramide troncata.

Per la totale vi si dovranno aggiungere le superficii delle due basi, cioè 12
192
560
———
Palmi quadrati 764 superficie totale.

Si può avere la solidità della piramide troncata anche in altro modo si moltiplichi la superficie base per un suo lato, e parimenti la superficie sezione per un suo lato fattane la differenza si moltiplichi per il terzo dell'altezza, ed il prodotto si divide per la differenza dei due lati presi di sopra, uno del poligono base, l'altro del poligono sezione; applicheremo questa regola pratica ai due esempi di sopra addotti.

Esempio.

Sia la piramide quadrangolare di altezza M. 12. Siano i lati della base medesima M. 24, e M. 8, quelli della sezione M. 6, 2.

La superficie della base 24
8
———
192
Che moltiplicato per un suo lato 8
———
dà 1536

La superficie della sezione, 6
2
———
La superficie 12 della sezione
superiore moltiplicata per 2 lato omologo al primo
———
sarà 24

Sottraendo ora i due risultati 1536
24
———
1512

Moltiplicando per un terzo dell'altezza 4
———
6048

Si divida per la differenza dei due lati 8, 2, che hanno moltiplicato le due superfici, cioè 6, dividendo adunque

6048 | per 6
1008 sarà il quoto, cioè il volume della Piramide tronca identico a quello ottenuto di sopra.

Esempio 2.

Sia la medesima Piramide tronca di altezza M. 18, e la base 64×48, la sezione 3×4.

Superficie base M. Q. 3072.
Superficie sezione M. Q. 12.
Moltiplicando la prima per un suo lato 48.

3072
48
————
24576
12288
————
147456

Così la seconda per un lato omologo, cioè 3,
avremo 12
3
———
36

sottraendo i risultati 147456
36

147420

si moltiplichi pel terzo dell' altezza 6

Dividendo questo per la differenza dei due lati moltiplicatori 884520 | 45 ; 434 ; 295 ; 252 ; 270 ; 19656 volume ottenuto di sopra

63. Cono tronco è quella parte del cono compresa fra la base ed un piano parallelo alla base (Fig. 50.).

Per avere la solidità del cono tronco si sommano insieme i quadrati dei diametri delle basi, ed il prodotto dei diametri stessi, la somma che ne viene si moltiplichi per 11/14, il risultato moltiplicato per la terza parte dell' altezza darà la solidità richiesta.

Esempio.

Siano i diametri delle due basi del cono tronco P. 10 e P. 20, e l'altezza P. 9.

Avremo il quadrato del primo 100
Il quadrato del secondo 400
Ed il prodotto dei due diametri 200

Somma 700
Moltiplicando per 11/14

700
700

7700 | 14
70 550
00

Moltiplicando questo quoto per un terzo dell' altezza, cioè 3. 550
3

Avremo 1650 palmi cub. solidità richiesta.

Si può avere anche in altro modo sommando i quadrati de' raggi delle basi , il prodotto de' raggi medesimi

e la somma moltiplicata per 3 1/7, e per un terzo dell' altezza darà la solidità richiesta.

Esempio.

Essendo il cono tronco lo stesso che ha i raggi delle due basi, uno di P. 5, l' altro di P. 10, e l'altezza P. 9, avremo:

Il quadrato del primo raggio	25
Del secondo raggio	100
Il prodotto de' raggi	50
Somma	175
Moltiplicata per	3 1/7
	525
	25
	550
Pel terzo dell' altezza	3
	1650 solidità ottenuta di sopra.

La superficie del cono tronco si ottiene moltiplicando la somma de' raggi delle basi per l'altezza compresa fra la sezione, presa lungo la superficie, cioè OK, ed il prodotto si moltiplichi per 3 1/7.

Esempio.

Essendo i raggi della sezione e base P. 9, P. 10, sommando avremo 19 moltiplicando

per	12	altezza.
	38	
	19	
	228	questo moltiplicato
per	3 1/7	
	684	
	32 4/7	
	716 4/7	Palmi quadrati superficie richiesta.

64. Se il cilindro avesse le basi inclinate, come vedesi (Fig. 51.), si otterrebbe la superficie con approssimazione moltiplicando la circonferenza del circolo QPB normale all'asse per l'altezza media NI, cioè per la lunghezza dell'asse.

Esempio.

Sia la lunghezza dell'asse palmi 14, ed il raggio del circolo normale all'asse palmi 4, se il raggio è 4, sarà 8 il diametro e

	8	
	3 1/7	
	24	
	1 1/7	
sarà	25 1/7	la circonferenza
moltiplicata per	14	
	90	
	25	
	2	
	342	superficie richiesta.

La solidità approssimativa poi si avrà moltiplicando la superficie del circolo normale all'asse per la lunghezza dell'asse stesso.

Esempio.

Essendo 4 il raggio sarà	16	
	3 1/7	
	48	
	2 2/7	
	50 2/7	
moltiplicata per l'altezza	14	
	200	
	50	
	4	
solidità richiesta	704	P. C.

65. Ellissoide (Fig. 52) è un solido generato dalla rivoluzione di una semiellisse attorno al suo asse maggiore, o attorno al minore, se attorno all' asse maggiore l'ellissoide dicesi allungata; se attorno al minore chiamasi ellissoide accorciata; nel primo caso tagliandola con piani normali all' asse maggiore AD, le sezioni saranno superficì circolari, e la massima sarà BbEa descritta colla metà dell' asse minore; nel secondo caso poi tagliandola con piani normali all' asse minore BE, si avranno sezioni circolari, e la massima sarà AbDa descritta col raggio eguale alla metà dell' asse maggiore.

Il volume dell' ellissoide allungata si prende moltiplicando la superficie del circolo massimo descritto col semiasse minore per 4/3 del semiasse maggiore.

Esempio.

Sia una ellissoide allungata di cui il semiasse minore P. 9, e maggiore P. 12. Essendo P. 9 il semiasse minore

	81	
sarà	3 1/7	
	243	
	11 4/7	
superfic. circolare	254 4/7	massima

Prendendo ora 4/3 del semiasse maggiore

	12	
	4/3	
	48/3	cioè P. 16.

Si moltiplichi	254 4/7	
per	16	
	1524	
	254	
	9 1/7	
Palmi cubi	4073 1/7	solidità richiesta.

Se poi si volesse la solidità dell' ellissoide accorciata, si dovrà moltiplicare la superficie della sezione maggiore

circolare, cioè di quel circolo descritto col raggio uguale alla metà dell'asse maggiore per 4/3 del semiasse minore.

Esempio.

Volendo la solidità dell'ellissoide accorciata, di cui i semiassi siano P. 9, P. 12. avremo

```
        12
        12
      ------
        24
       12
      ------
       144
         3 1/7
      ------
       432
        20 4/7
      ------
       452 4/7
```

superficie della sezione maggiore circolare di raggio 12 palmi. I 4/3 del semiasse minore P. 9. saranno 36/3, cioè 12 palmi.

```
moltiplicando    452 4/7
         per      12
                 ------
                 904
                452
                   6 6/7
                 ------
Solidità richiesta  5430 6/7
```

Se si volesse la superficie dell'ellissoide si otterrà moltiplicando il prodotto dei diametri per 3/7.

Esempio.

Siano i due assi minore P. 18, e P. 24, avremo moltiplicando 24
per 18

192
24

432
3 1/7

1296
61 5/7

1357 5/7 superficie richiesta.

66. Un solido qualunque chiuso da più faccie piane chiamasi *poliedro.* Il poliedro può essere *regolare* od *irregolare:* è regolare qnando le faccie sono poligoni eguali e coincidenti, chiusi ad angoli solidi eguali fra loro; irregolare quando è il contrario

Tetraedro è quel solido chiuso da quattro triangoli equilateri ed eguali fra loro.

Ottaedro è quel solido chiuso da otto faccie triangolari equilateri ed eguali fra loro.

Dodecaedro è quel solido chiuso da dodici pentagoni regolari ed eguali fra loro.

Icosaedro è un solido chiuso da venti triangoli equilateri ed eguali fra loro.

Volendo la superficie di un poliedro qualunque dovrà prendersi la snperficie di ciascuna faccia, e la loro somma sarà la superficie richiesta; che se poi fosse regolare, basterà prendere la superficie di una faccia, e moltiplicata pel numero delle faccie che compongono il poliedro, darà la superficie del medesimo.

Per ottenere poi la solidità di un poliedro bisogna imaginarlo diviso in tante piramidi quante sono le faccie, come per i poligoni si consideravano divisi in tanti triangoli quanto il numero de' lati, e la somma delle solidità delle piramidi darà la solidità del poliedro. Ognuno vede che se il poliedro sarà regolare, facilmente riuscirà di pren-

derne la solidità, come grandissima sarà la difficoltà nel ricercarla da un poliedro irregolare.

PROLBEMI

67. Data una linea si vuol dividere per metà, e per essa si vuole che passi una normale

Sia la linea AB (Fig. 53.), preso un compasso si applichi nel punto A, e con un'apertura presso a poco maggiore della metà si descrivano due archi nei punti M, N. Si porti quindi nel punto B colla stessa apertura si descrivano due archi, che taglieranno i primi nei suddetti punti M, N. Unendo questi per mezzo della linea MN, questa dividerà per metà nel punto O la retta data, e sarà ad essa normale.

68. Da un punto qualunque condurre una normale sopra una linea data.

Si faccia centro nel punto A (Fig. 55.) con un raggio qualunque si descriva l'arco acb, che tagli la MN nei punti a, b, si faccia poi centro nei punti a, b, e con un raggio a piacere si descrivano due archetti che si taglieranno nel punto Q, unendo il punto A col punto Q sarà questa la normale richiesta.

Ovvero si ponga la riga con un lato sopra la MN disegnata coll'apis, e si ponga la squadra col lato ON sopra la riga, e si faccia camminare su questa finchè il lato AO della squadra combina col punto A, disegnando coll'apis la linea AO, sarà questa la normale richiesta.

69. Da un punto dato sopra una linea retta, elevare una normale.

Si fermi il compasso nel punto N (Fig.54), e con un raggio qualunque si trovino i punti a, b. Trovati questi si porti il compasso prima in a, e poi in b con un raggio maggiore Na si descrivano due archi, che si taglieranno nel punto O, unendo questo col punto N, sarà QN la normale richiesta.

70 Da un punto dato condurre una parallela ad una linea parimenti data.

Sia la linea data MN (Fig. 56) e D il punto: fatto centro in questo si descriva l'arco abd, che sia tangente nel pun-

to b alla linea MN, presone anche un altro sulla linea MN si descriva collo stesso raggio l'arco mno, e messa la riga sul punto n tangente al punto n dell'arco mno, si segni coll'apis, questa sarà la parallela richiesta.

71. Dato un angolo BAC, se ne formi un altro uguale al dato.

Soluz. Si conduca una linea indefinita MN (Fig. 57.), si faccia centro nel vertice A, e con un'apertura di compasso si descriva l'arco BC, colla stessa apertura fatto centro in M, si descriva ON; presa poi la distanza o corda BO, si porti una punta del compasso fermò nel punto N, e coll'altra si segni ove taglia l'arco, p. es. in O congiunto quindi M con O si avrà OMN angolo richiesto.

72. Dividere un angolo dato in due parti eguali.

Sia l'angolo GAF (Fig. 58) fatto centro nel vertice A, si descriva con un raggio qualunque l'arco MQN; dopo ciò si ponga una punta del compasso prima in N, e dopo in M, e con un raggio qualsiasi si ottenga l'intersezione O, si congiunga il punto A col punto O per mezzo della linea AO, e l'angolo GAO sarà eguale OAF.

73. Date tre linee rette, a, b, c, costruire un triangolo che le abbia per lati.

Si conduca una retta indefinita MN (Fig. 59), sopra questa si prenda una parte OQ eguale alla data c; si faccia centro nel punto O col compasso che abbia un'apertura eguale alla *b*, e si descriva un arco in G; si faccia poi centro in Q, e con un'apertura eguale alla a, si descriva un altro arco che taglierà il primo nel punto G, unendo i punti O con G, e Q con G per mezzo delle linee OG, QG. Il triangolo OGQ sarà il domandato.

74. Costruire un triangolo che abbia i due lati a, b, e l'angolo compreso A parimenti dato.

Si conduca (Fig. 60) una linea indefinita MQ, e sopra questa si prenda la RG eguale b nel punto R si costruisca l'angolo R eguale al dato A (§. 71.) sulla linea RF indefinita, si prenda RB eguale *a*, ed uniti i punti B, G colla linea BG, sarà BGR il triangolo richiesto.

75. Costruire un triangolo che abbia un lato uguale al dato a, e i due angoli adiacenti A, B parimenti dati.

Si conduca una linea qualunque MN (Fig. 61), si prenda

PQ uguale a, e nei punti P, Q, si formino (§. 71.) i due angoli dati GPQ, HQP, e prolungata la linea GP, HQ, si taglieranno nel punto O, sarà OPQ il triangolo domandato.

76. Date due linee a, b, ed un angolo B, si vuole un triangolo che abbia due lati eguali alle date linee, una delle quali deve opporsi al dato angolo.

Soluz. Condotta la linea indeterminata (Fig. 62.) XY, nel punto A si formi l'angolo MXY eguale al dato B (§. 71.), sopra la MX si prenda XO eguale alla *a*, e fatto centro nel punto O con un'apertura di compasso uguale alla *b*, si descriva l'arco ac, che taglierà in due punti la XY condotta la Oa, Oc, i due triangoli OaX, OcX soddisfano ai dati del Problema. Ammette dunque due soluzioni.

Sarà una sola nel caso 1. che venga dato l'angolo che si deve opporre al lato MQ, se acuto sarà il triangolo OcX, se ottuso sarà OaX, ovvero ancora se il lato b sia eguale alla normale ON, giacchè una sola sarebbe la soluzione, sarà il triangolo XON.

N. B. Queste specie di triangoli sono di uso grandissimo nel lavorare colla tavola Pretoriana, come appresso vedremo.

77. Dato un triangolo, o che è lo stesso dati tre punti non situati in linea retta per i vertici del triangolo, e però per i detti punti far passare un circolo.

Siano i punti dati A, B. C (Fig. 63.), e uniti colle linee AB, BC, AC, sia il triangolo ABC per i punti A, B, C, si vuole che passi un circolo; per le metà de' lati AB, BC s'innalzino due normali (§. 67.) NR, MQ, il punto O, ove si tagliano, sarà il centro del circolo che si vuole; fatto centro in O col raggio OA, OC, si descriva un circolo che passerà per i dati punti.

78. Dato un triangolo inscriverci un circolo, cioè che i lati del triangolo siano tangenti al circolo.

Sia il triangolo ABC, si dividano per metà due angoli B, C (§. 72.) colle linee BN, CM, il punto O, ove si segano, sarà il centro del circolo che si vuole; per descriverla si abbassi dal punto O la normale OQ sul lato BC (§. 68.), e fatto centro nel punto O col raggio OQ, si descriva il circolo che toccherà i tre lati BC, AC, AB nei punti Q, R, P, e sarà risoluto il Problema.

79. Dato un circolo si vuole determinarne il centro.

Si può fare in due modi, o si conduce la sola corda CD, e sulla metà elevata una normale MN (§. 67.), questa linea sarà un diametro, e diviso per metà (§. 67.) nel punto O, sarà questo il centro domandato.

Ovvero si conducano due corde DC, AB dalle metà elevate due normali MO, PO (§. 67.), il punto O, ove s'incontrano, sarà il centro del circolo.

80. Dato un arco MNO di circolo si vuole il centro.

Si conducano due corde MN, NO, ed elevate sulla metà due normali (§. 67.) CD, AB, il punto, ove si tagliano O sarà il centro dell'arco.

81. Dato un poligono, se ne vuole uno eguale e coincidente.

Sia il poligono ABCDE, si conducano le diagonali AC, AD, cioè si divida il poligono in triangoli. Si conduca poi una linea indefinita MN, e sopra questa si prenda ab eguale AB, e fatto centro in b, ed in a, si faccia il triangolo abc (§. 73.) eguale ABC, fatto centro poi col compasso nel punto c con un' apertura eguale CD, si descriva un arco, e fatto centro in a coll' apertura eguale AD si faccia l' altro arco che taglierà il primo sul punto d, e condotte le linee ad, cd, sarà il triangolo acd eguale ACD, e così di seguito si formi il triangolo ade eguale al triangolo ADE e sarà abcde uguale al dato ABCD.

82. Formare una scala di misura, che sia in proporzione con una misura, p. es. col metro come 1 : 100, ovvero 1 : 1000 ecc. cioè che il metro della scala di proporzione sia la centesima parte del metro vero, o che sia la millesima parte ecc.

Si vuole che sia col vero come 1 : 1000 cioè la millesima parte. Si descriva una linea qualunque MF, e si prenda sul passetto o fettuccia di misura col compasso il decimetro del metro, e si porti nei punti F, M, R, A; da A in B, da B in C..... dal punto C o altro si conduca una normale CH (§. 67.), ed a questo si conduca parallelamente la MO, FL, e si dividano in 10. parti eguali, uniti questi punti per mezzo di linee; si conducano fino all' ultima OL, MF, AG, BH .... e si avrà lo spazio ab pella scala corrispondente ad un metro, e relativamente al vero metro un millimetro. Si vogliono met-

tere in scala di proporzione di 1 : 1000, 35 metri, si ponga il compasso nella linea CI, che corrisponde al 30, e si porti al N. 5, cioè da m ad r, questa distanza sarà met. 35 in proporzione, cioè la millesima parte dei veri metri 35.

83. Dato un poligono misurato p. es. col metro se ne vuole uno simile che abbia i lati millesime parti del vero.

Sia il poligono dato ABCDEF (Fig. 69) colle rispettive misure metriche, e per formare il simile che sono i lati millesime parti, si conduca una linea indefinita XY; si prendano col compasso nella scala antecedente met. 10 (§. 82) e si porti in ab si prendano poi nella medesima scala M. 17 e fatto centro in a con questo raggio si faccia un archetto; e fatto centro quindi nel punto b con un raggio di metri 9 presi sulla scala si descrive un altro archetto che taglierà il primo nel punto c condotte le linee bc, ac il triangolo abc avrà le condizioni del Problema, e seguitando a costruire acd, ade, afe nello stesso modo sarà abcdefa il poligono richiesto.

84. Dividere una linea in un numero dato di parti p. es. 5, 6, 7, 8.

Sia la linea MN (Fig. 70) e si vuole divisa in 10 parti, s' innalzi nel punto N una normale indefinita NO ciò che può ottenersi prolungando la MN in X aperto a piacere un poco il compasso si vada mettendo successivamente da a in b, da b in c, da c in d . . . . da i in o. Si uniscano i punti M, O colla linea MO e dai punti i, h, g, f . . . si conducano linee parallele alla OM queste divideranno la MN in dieci parti eguali nei punti k, l, m, n . . . . .

85. Dato un triangolo qualunque si vuole dividere per metà.

Sia il triangolo (Fig. 71) ABC si divida la base AC in due parti eguali in M, e si unisca col punto B per mezzo della linea BM, il triangolo ABM, ovvero MBC saranno uguali fra loro, e metà ciascuno dell' intero triangolo ABC.

Nello stesso modo (Fig. 72) dato un triangolo se si volesse dividere in tre, quattro, ec. parti eguali basterà dividere la base in tre, quattro, ec. parti eguali, e dai punti di queste divisioni condotte le linee al vertice degl' angoli si formeranno tre, quattro triangoli eguali in superficie come vedesi nella figura.

86. Dato un rettangolo si vuole dividere per metà.

Se deve risolversi generalmente basterà condurre la diagonale BD, e si avrebbe ABD = BCD, ovvero MN che divida i due lati AD, BC in due parti eguali, e si avrebbe AMNB eguale MNCD, ovvero finalmente OQ, che divide i lati AB, DC in due parti eguali, e sarebbe AOQD uguale OBCQ (Fig. 73 e 74).

Se poi debba risolversi questo problema dovendo far passare una linea per un punto dato E situato sopra un lato del rettangolo, basterà prendere sul lato AB la parte AF uguale EC, e condotta la linea FE dividerà il rettangolo in due parti eguali.

Se il punto poi fosse situato nella superficie del rettangolo p. es. O, si conduce per esso la linea BE parallela alla CF, e preso AM eguale OE, e CG eguale OE si conducano GO, MO, la parte AMOGC sarà eguale GFDM.

87. Date tre linee proporzionali situate come vedesi nella (Fig. 75) trovare il valore della quarta.

Siano date le distanze BE metri 4, AE metri 6, ED metri 8, sarà AD metri 14, si vuole l'altezza CD, questa si otterrà moltiplicando le distanze 15
per 4
e dividendo questo 60
per 6
che dà Metr. 10
dunque ED sarà metr. 10.

Se si volesse costruire geometricamente (Fig. 76) si opererà nel modo seguente,

Si conducano due linee MN, MQ indefinite e congiunte sotto un angolo qualunque M, si prenda Ma met. 4; ac met. 6, Mb met. 15, e unito il punto a col b per mezzo della linea ab si conduca a questo parallelamente la CQ, sarà bQ la linea domandata che misurata sarà metri 10.

88. Squadrare un foglio di carta. Sia questo MNPO, si conducano agli angoli M, N, P, O le linee MP, NO, che basterà segnarle nel punto A ove si tagliano, e vicino agli angoli; fatto centro quindi nel punto A col raggio arbitrario Aa si segnano i punti a, b, c, d, ed uniti per

mezzo delle linee ab, bc, dc, ad, il problema sarà risoluto.

89. Data una linea retta costruire sopra di essa un quadrato.

Sia DC (Fig. 78) la linea data per formare sopra di questa un quadrato, si faccia centro nel punto D, e col raggio DC si descriva AEC e col centro in C collo stesso raggio si descriva l'arco DEB, si divida in due parti eguali l'arco DE in a, e si porti Ea da E in B, e da E in A congiunti i punti A, B colla linea AD, AB, BC, sarà ABCD il quadrato richiesto.

METODO PER RILEVARE LE MAPPE.

90. Secondo la grandezza, e qualità del luogo il perito deve scegliere l'istromento più adattato per rilevarne la pianta. Se il luogo sarà molto piccolo potrà essere sufficiente la sola catena di misura. Se il luogo fosse un prato di una grandezza giusta, potrà servirsi dello squadro; ma se fosse una villa, gli sarà più adattata la tavoletta pretoriana; così se fosse grandissimo, potrà servirsi o della tavoletta, o del grafometro, o della bussola; ma in qualunque caso sta all' arbitrio del perito scegliere l'istromento. Per procedere con ordine, diremo qualche cosa della catena di misura, del modo di fare le biffe; parleremo poi del modo di prendere la pianta colla sola catena, e così in seguito degli altri istromenti.

DELLA CATENA

91. Le misure della lunghezza in campagna si prendono colla catena formata di anelli di ferro; la catena secondo l'uso de' luoghi è di un numero di metri, stajoli, canne. La *catena metrica* è composta di 10 metri; ciascun metro si divide in dieci parti, che si chiamano decimetri; ogni decimetro in dieci parti che diconsi centimetri; ed ogni centimetro è suddiviso in altre dieci parti che si chiamano millimetri. Ad ogni metro corrisponde un piccolo ferro per segno di divisione, che suol farsi di grosso filo di ottone per meglio distinguere le divisioni, avvertendo di

mettere alla metà un segno più lungo degli altri per contare con comodità. Un metro corrisponde a palmi di passetto romano 4, 476.

La catena a stajoli è composta di 10 stajoli divisi nello stesso modo. Ciascuno stajolo è lungo palmi 5 3/4 del passetto romano, e perciò l'intera catena lunga P. 57 1/2.

La canna architettonica lineare è di palmi 10 di passetto romano, e la catena per uso di campagna è composta di 5 canne, cioè di palmi 50.

92. Dovendo l'agrimensore prendere la quantità superficiale di un terreno, o rilevare di esso la pianta, gli sarà necessario di tracciare delle linee, e per seguire nel misurare una direzione sempre retta, e per dividere il terreno in figure geometriche dalle quali possa ricavare la superficie. Ma per segnare queste traccie dovrà l'agrimensore munirsi di un certo numero di biffe o paline; sarà quindi necessario dire piccola cosa del modo di formarle, e di piantarle. Le biffe o paline sono canne diritte della medesima lunghezza, e tagliate come si vede dalla Fig. 79 in A B per traverso ed opposto, con un taglio da b in c nel quale vi è intromesso un pezzo di carta bianca, come vedesi dalla Fig. 79 in C. Per piantarle si procurerà di farle cadere sempre normali, sia il terreno orizzontale, o inclinato; due bastano per fissare la posizione di una linea retta, e le altre intermedie dovranno essere situate in guisa che si trovino nella stessa visuale delle prime.

93. Segnata una traccia per mezzo delle biffe, se ne vuole la misura. Se la linea è approssimativamente orizzontale, due uomini presa la catena per le due estremità, si metteranno in camino secondo la direzione di essa, avendo in mano l'uomo che precede N. 10 chiodi o zeppe di legno; fissato il capo della catena al principio della linea l'uomo che precede arrivato ad un punto che possa essere tesa la medesima, fisserà un chiodo in terra, e dopo ciò ambedue mossi proseguiranno a caminare finchè l'uomo che siegue sia giunto al chiodo lasciato dal primo; tesa la catena, l'uomo che precede ne pianterà un secondo, mentre quello che prosiegue toglierà il primo, ed ambedue proseguendo il cammino si fermeranno di nuovo quando l'uomo che siegue sia giunto al secondo chiodo lasciato in terra

da quello che lo precede; e così di seguito dal numero dei chiodi presi dal secondo si deduce la grandezza della linea; affinchè poi sieguano una direzione sempre retta è necessario che l'uomo che siegue tenga di mira le biffe anteriori e l'uomo che precede le posteriori; ed in caso ve ne fosse una sola posta tanto innanzi che dietro, sarà sufficiente che l'uomo che siegue veda quello che lo precede nella stessa visuale di se stesso, e la biffa; come questi deve vedere in una stessa visuale se stesso quello che lo siegue e la biffa posteriore.

94. Se la linea poi fosse situata in un colle o montagna, dovrà tenersi la catena sempre orizzontale, e siccome inesattamente si potrebbe avere la catena orizzontale, e quindi la misura, si servono gli agrimensori delle canne lunghe quattro o 5 metri; p. es. dovendo misurare la linea AB (Fig. 80) per mezzo della canna, si prenderà la distanza orizzontale Ab, e portata la canna nel punto c projezione del punto b, ciò che può ottenersi col filo a piombo, e messa la canna in posizione orizzontale cd, si misuri questa, così la ef, la gh, e dalla sommà delle quattro misure parziali si otterrà la lunghezza della linea MB per la AB.

95. Qui si può osservare che la lunghezza MB non è la medesima della AB, ma è la sua projezione; quindi non sarà la vera misura della AB. Non è la vera misura della AB, ma dovendo prendere o la pianta o la misura superficiale di un terreno, deve prendersi colla misura sempre orizzontale.

96. Devono prendersi sempre orizzontali *necessariamente* se dovesse prendersi la pianta del luogo. Imperocchè essendo la pianta o mappa di un luogo la projezione del luogo medesimo sopra un piano orizzontale, ne viene che la pianta della linea AB sarà la MN; e così di tutte le altre linee inclinate; si può vedere ancora che erronea verrebbe la pianta di un luogo, se si prendessero le misure della linea sui monti, come dicono, *a pelo*. Supponendo infatti essere ABCDE il perimetro di un monte, di cui la sommità sia nel punto O, volendo di questo la mappa dovranno misurarsi le linee AO, BO, OC . . . orizzontalmente, altrimenti non si potranno avere in un piano, ma verranno ad unirsi in un punto O da formare un concavo nel mezzo.

97. Dovranno prendersi sempre orizzontali le misure delle linee sui monti, anche nel prendere le sole misure superficiali. Imperocchè se si prendessero a pelo ripetendo la misura del terreno non si otterrebbe la stessa quantità superficiale; ma varierebbe a seconda della diversa divisione che si facesse del medesimo, a seconda cioè della diversa posizione delle linee situate sul colle, che saranno più lunghe o più corte secondo l'andamento del colle medesimo, il che si eviterebbe prendendo le misure orizzontali, che danno sempre la projezione del luogo, e quindi sempre reiterando la misura si otterrebbe la stessa quantità superficiale. Ma ancora per un'altra ragione è da preferirsi questo metodo di misurare; osservando le piante situate sui colli, si vedrà che queste si ergono dal suolo normalmente, nello stesso modo che il terreno fosse orizzontale; di modo che projettando ciascuna pianta sul piano ciascuna avrebbe il suo punto di projezione distinto, e non si confonderebbe con alcun altro; quindi migliore sarà e dovrà tenersi in pratica il metodo di misurare orizzontalmente.

MODO DI RILEVARE LE PIANTE PER MEZZO DELLA SOLA CATENA

98. Se il luogo del quale si vuole la pianta non sia di una grandezza straordinaria, ma piuttosto piccola, e se saranno visibili tutti gli angoli del perimetro, potrà rilevarsi colla sola catena. Questi luoghi sono per lo più giardini, orti, o altri piccoli pezzi di terreno.

Sia adunque ABCDEF (Fig. 82) il perimetro di un orto, giardino, o piccolo pezzo di terra; per mezzo delle *biffe* o *paline* si traccino le linee AE, AD, AC, o in altro modo ancora partendo dall' angolo A per la linea AE, dal punto E andando verso il C, e dall'angolo C verso l'angolo A, in genere per mezzo di linee si divida il terreno in tanti triangoli. Ciò fatto, l'agrimensore in un foglio di carta disegnerà approssimativamente la figura del luogo, e condurrà tutte le linee tracciate per mezzo delle biffe sul terreno; questo disegno dicesi *abbozzo* (Fig. 82). Fatto tutto ciò preparato diligentemente, si misurino i lati del peri-

metro riportando, dopo aver misurato ciascuna linea, la lunghezza nelle linee corrispondenti dell'abbozzo. E supponendo di misurarle colla catena *metrica*, siano stati misurati i lati e ritrovati

AF	Met.	2, 50	Centim.
FE	—	3, 00	—
ED	—	2, 00	—
DC	—	3, 50	—
CB	—	4, 00	—
AB	—	6, 50	—

Dopo si misurino le linee tracciate colle biffe, e parimenti si abbia

AE	Met.	6, 10	Centim.
AD	—	7, 20	—
AC	—	8, 00	—.

99. Ma prese queste misure, come si potrà avere la quantità superficiale o pianta del luogo? Se si vuole la sola quantità superficiale basterà prendere la superficie di tutti i triangoli che compongono l'abbozzo, nel modo che si è detto al (§. 46) nel quale si è dato il metodo di prendere la superficie di un triangolo cognite le misure de' suoi tre lati.

100. In caso poi non si volesse adoperare quel metodo basterà metterla in proporzione, in questa guisa servirà e per avere la mappa del luogo, e per averne la quantità superficiale. A ciò ottenere si conduca una linea indefinita (Fig. 83.), e presa sulla scala di proporzione (§. 82) Metri 3,50, si segnino da m, n, presa poi la distanza AC di Metri 8, fatto centro in n, si descriva un arco in q; e presa così la distanza 7,20 nella medesima scala, fatto centro in m si descriverà un arco che taglierà il primo nel punto q; condotte le linee mq, nq, sarà questo in proporzione, cioè sarà simile al triangolo dac; così di seguito presi Metri 6,10, e Metri 2, facendo centro prima in q, e poi in m, coll'intersezione si trovi il punto r; prendendo poi le distanze nella scala Metri 3, e Metri 2,50, facendo centro nei punti r, q coll'intersezione si trovi il punto s; nello stesso modo trovato il punto p, la figura mnpqsr sarà un poligono simile al proposto, e sarà la mappa del luogo, e con somma facilità se ne può avere la superficie abbassando in ciascun triangolo le normali sg, rh, ni,

kp, si misurino le loro distanze nella medesima scala metrica, e si troverà la prima lunga Metri 1,50, la seconda Metri 2, la terza Metri 2 50, la quarta Metri 3, trovate le altezze si potranno avere le superfici dei triangoli.

Operazione.

Triangolo rsq avremo metà della base	3,05
per l'altezza	1,50
	15250
	305
	4,5750

risulta Metri quadrati 4 e 5750 dieci millimetri quadrati.

1. N. B. La moltiplicazione dei due numeri 3,05, 1,50, che chiamansi frazioni decimali, si fà nello stesso modo che fossero due numeri interi non badando cioè ai punti o virgole situate in mezzo alle cifre, e nel prodotto separando a dritta tante cifre quante n'erano separate nei fattori.

Triangolo rqn base	7.20
per metà dell'altezza	1
	7,20
Triangolo nqm metà della base	4
per l'altezza	2.50
	10,00
Triangolo qpm metà della base	4
per l'altezza	3
M. Q.	12

2. N. B. Quando riesce di abbassare le normali sullo stesso lato p. es. qm l'operazione riesce più sollecita, giacchè i due triangoli si possono calcolare assieme sommando le altezze 2. 50

3.

5 50

moltiplicando la somma per la metà della base, cioè 4.

5, 50
4

ed avremo 22, 00 Metri quadrati.
questo prodotto non è altro che le somme delle superfici parziali di due triangoli nqm, mqp, cioè

10, 00 } superfici ottenute
12 } di sopra.

22, 00 superficie ultima.

Avute le superfici di tutti i triangoli sommandole si avrà la superficie totale del luogo.

Così il triangolo	sqr	4,5750
	rqn	7,20
	nqm	10,00
	qpm	12,00
	M. Q.	33,7750

superficie totale; se si volesse valutare in Rubbia o in Pezze si potrà osservare il (§. 254.), nel quale si dà il metodo per giungere allo scopo.

101. Se il perimetro (Fig. 84.) avesse una parte curvilinea condotte le linee AD, AC, AB, si rileverà elevando a piccoli tratti delle normali be, cf, dg, avvertendo di non farle più lunghe di Metri 8, 9, al più 10, in genere non più lunghe di una catena.

DELLO SQUADRO

102. La forma più comune dello squadro è cilindrica, o di un prisma ottogonale, il primo vuoto al di dentro è chiuso con un coperchio al di sopra (Fig. 85.); ed il secondo vuoto al di dentro, ed aperto al di sopra, in alcuni de' migliori squadri v'è al disopra la bussola, in alcuni fissa, ed in altri mobile; in ambedue però vi sono otto fessure o traguardi, dei quali quattro hanno maggiore lunghezza, e quattro minore, le linee di traguardo più lungo formano fra loro angoli retti, come angoli retti formano tra loro i traguardi di minor lunghezza, ma le linee di traguardo di

lunghezza maggiore formano un angolo semiretto, cioè di 45° colle linee di traguardo di minore lunghezza. Lo squadro si ferma sopra un bastone dritto ed acuminato con punta di acciajo all'altra estremità, affinchè possa conficcarsi facilmente in qualunque specie di terreno.

103. Verificare l'esattezza (Fig. 86.) dello squadro. Piantato lo squadro nel punto O per mezzo dei traguardi ab, cd si formino colle biffe le linee AB, CD, e per mezzo dei traguardi ef, gh si facciano tracciare le linee EF, GH condotte queste linee si giri lo squadro in modo che il traguardo ab combini colla visuale tracciata GH, e si vadano osservando gli altri traguardi, se ef combina colla **AB**, se cd combina colla EF ecc. così di seguito, se combineranno lo squadro sarà esattissimo, se poi nò lo squadro sarà inservisibile, e per più sicurezza si potrà girare facendo coincidere il traguardo ab colla CD, ed osservando se gli altri combinano colle altre visuali, se non combinano sarà certissima l'inesattezza dello squadro.

104. Può accadere di rilevare la pianta *di un prato; di un orto, vigna o giardino; di una macchia, lago ecc.*, cioè di un luogo senza alcuna traccia, praticabile nell'interno; di un luogo praticabile nell'interno con traccie di viali; finalmente di un luogo praticabile al solo esterno.

105. Rilevare la pianta di un prato, cioè di un luogo praticabile all'interno sul quale non vi sia traccia veruna da seguire nel misurare.

Sia rappresentato questo dal poligono ABC . . . D . . . KLMN (Fig. 87), portatosi il Perito Agrimensore sulla faccia del luogo, scelga un'estensione maggiore per condurre la prima linea che chiamasi *direttrice,* avvertendo di porre delle biffe a tutti gli angoli del perimetro; tracciata per mezzo delle *biffe* la linea FL, cominciando a misurare questa linea dal punto L proseguirà la misura fino ad un punto tale *l* nel quale piantato lo squadro combini la linea de' due traguardi di maggior lunghezza colla visuale LF palinata, e gli altri traguardi vedano l'angolo K. Così situato lo squadro se è di una estensione non piccola la LK, si pianti qualche biffa per avere una direzione retta, altrimenti può risparmiarsi; ognun vede che la visuale LK è normale alla LF; si misuri la LK; e fatto su d'un foglio di carta la traccia XY,

(Fig. 88) corrispondenti alle due LF, IK si segnino le misure corrispondenti p. es. Xn staj. 4. ns staj. 5, e si congiunga il punto X col punto s; togliendo lo squadro dal punto l, e cominciando a misurare da questo punto seguendo la direzione della LF, si prosiegua a misurare fino ad un altro punto k; nel quale piantato lo squadro coi due traguardi sulla visuale LF, gli altri scoprano la biffa dell' angolo I, e misurato questo e segnate le due linee e misure nell' abbozzo si abbia la distanza lk staj. 5, ed kI staj. 4, e si uniscano le estremità delle linee ns, rq; ciò fatto si torna nel punto k si toglie lo squadro, e da questo punto si prosiegua la misura fino al punto *i* che sia tale come si è descritto degli altri; ed in questa guisa proseguendo si girerà tutto il terreno fino ad un punto N; per chiudere il perimetro basterebbe prendere la distanza delle due linee NM, ed LM, ma non sarebbe sufficiente per ricavare la superficie della NML per cui in pratica si usa di porre lo squadro in un punto m tale che traguardando per una parte il punto N, per la parte opposta si veda il punto L; ossia che lo squadro sia posto in linea retta coi due N, L; di più deve essere tale questo punto m che traguardando la visuale NL per gli altri due traguardi si veda la biffa posta sul punto M, cioè deve essere tale questo punto m, che da esso elevata una normale LN s' incontri in M. Misurate tutte le distanze colla catena a stajoli siansi ottenute le descritte misure. In questa guisa terminata l' operazione si vede a colpo d' occhio che senza metterla in proporzione come nel primo caso se ne può ricavare la superficie. Difatti osservando la divisione fatta si vedono le figure geometriche, triangoli, rettangoli e trapezi descritti al (§. 28), cioè trapezi che hanno i lati paralleli normali ad un terzo, e di queste figure può aversi la superficie facilmente. Del primo moltiplicando un cateto per la metà dell' altro; del secondo sommando lati paralleli per la metà del lato su cui cadono; in genere dunque per avere la superficie di un luogo senza porre la pianta in proporzione dovrà dividersi in triangoli rettangoli, in trapezi della forma (Fig. 20,f), in rettangoli o quadrati, e calcolarle come al (§. 30.).

106. Si voglia rilevare collo squadro la misura super-

ficiale, o la mappa di *un orto, giardino, vigna*, cioè di un luogo praticabile nell'interno, e nel quale vi siano de' viali, in genere delle traccie da seguire nella misura.

Portatosi il Perito Agrimensore sulla faccia del luogo, e girato il terreno per riconoscere i confini, vada piantando delle biffe agli angoli del perimetro del terreno.

Si conduca la *direttrice* pel viale maggiore BI, e cominciando la misura dal punto B al punto g, e da questo al punto A, segnate le misure si torni nel punto B, e camminando sulla BI si misuri BD, e si alzi una normale all'angolo C che chiamasi battuta, dal punto D al punto E fatta una battuta all'angolo F si prosiegue andando dal punto E verso G; in G si alzi una normale HN nel punto N, l'altra NY che siegue il secondo viale; e si facciano delle battute agli angoli del perimetro, come vedesi nella (Fig 89), e prese tutte le misure si sarà compita l'operazione; è d'aggiungere che nel camminare sulle linee BI, NY ecc. si facciano delle battute agli angoli delle suddivisioni dei seminati m, n, q . . . o altro per poter fare la distinzione del sodo, dal seminato, dal canneto od altro, cose tutte che sulla faccia del luogo il Perito Agrimensore con somma facilità potrà eseguire.

107. Per calcolare piante di simile natura dovrà calcolarsi figura per figura, p. es. BACD dall'intera superficie del trapezio togliendo tutto ciò ch'è sodo, rimarrà il pezzo di terreno seminato f, e così di seguito, infine sommate tutte le superfici avute del sodo si avrà la superficie totale di questo, e delle altre superfici distinte; in pratica poi queste divisioni alcune volte sono regolari per cui riesce facilissima la calcolazione; alcune altre volte si mette in proporzione, e si eseguisce la calcolazione: in genere spetta al Perito Agrimensore scegliere il modo più sollecito e adatto per ciascuna circostanza.

108. In terzo luogo si voglia rilevare collo squadro la quantità superficiale, o la mappa di un terreno praticabile al solo esterno; ciò serve ancora per rilevare la misura o mappa di un lago, fiume o macchia.

Si conduca una linea XY per una parte che può essere vicinissima ad un lato EF del perimetro; si cominci la misura dal punto F andando verso E, e si segni la mi-

sura avuta, p. e. C. 7. proseguendo il cammino sulla XY, cominciando dal punto E fino al punto O, nel quale fissato lo squadro si traguarda per una parte la XY, e per l'altra la biffa posta nell'angolo D, si misuri la DO ed OE, e siano C. 5, C. 3, misurando dal punto O verso Y siano C. 5, e dal punto Y elevata la normale PY che incontri la biffa posta nell'angolo B, si misuri dal punto Y al punto B, e siano canne 7, e si ritrovi il lato BC normale alla linea PY, misurato siano C. 4, e così di seguito come vedesi nella figura. Per vedere al fine dell'operazione se tutto si è eseguito bene, camminando sulla UX si veda nel punto X, cioè dopo le 4. canne, se traguardando il punto U, l'altro Y corrisponde all'altro traguardo normale, si può essere certo dell'esattezza dell'operazione; altrimenti vi può essere stato o qualche sbaglio di misura, o qualche equivoco nel mettere lo squadro; se corrispondono si dice che la figura chiude, come evidentemente se ne comprende la ragione. Si può verificare in altro modo sommando cioè le misure parziali de' lati opposti; così avremo sulla XY 4, 7, 5, 5, che dà 21, e sommando le misure parziali del lato opposto 3, 5, 5, 3, 2, 3 che dà 21, confrontate le due somme si vedrà se sono eguali; se non lo sono nell'operazione è stato commesso qualche errore, per sicurezza maggiore si verificano anche gli altri, e si avrà:

5, 7, 4, che dà 16.
2, 3, 4, 7, che dà parimenti 16.

confrontandosi le somme de' lati opposti, e di più l'ultima linea normale alla prima, si può essere certissimi dell'esattezza dell'operazione.

109. Per calcolare poi questa pianta dovrà prima calcolarsi l'intera figura rettangolare e da questa tolte le altre figure formate per avere il perimetro, il residuo sarà la superficie della macchia, lago o altro.

Operazione.

Prolungando il lato UT, BY in Q, sarà QUXY il rettangolo che racchiuderà la macchia, lago o altro luogo. Si prenda la superficie di questo e si avrà da moltiplicare UN

per NY, ma UN è lunga C. 16, ed XY è lunga C. 21, avremo dunque

	21	
	16	
	126	
	21	
	336 Canne Quadrate superficie dell'intero rettangolo UQYN.	

Si calcolino ora tutte le figure parziali.

	4	
	2	
Triangolo GNF	8	C. 8.
	5	
	1 1/2	
	5	
	2 1/2	
Triangolo EOD	7 1/2	C. 7 1/2.
	5	
	3	
Rettangolo DaYO	15	C. 15.
	4	
	5	
	9	
	2	
Trapezio DaBC	18	C. Q. 18.
	3	
	2	
Triaagolo APB	6	C. Q. 6

	8	
	5	
Rettangolo QTRP	40	C. Q. 40.
	2	
	1	
Triangolo AqN	2	C. Q. 2.
	3	
	2	
Rettangolo NqRM	6	C. Q. 6.
	3	
	1	
Triangolo RSL	3	C. Q. 3.
	5	
	2	
	7	
	1	
Trapezio LSTK	7	C. Q. 7.
	5	
	1	
Triangolo KbI	5	C. Q. 5.
	3	
	2	
Rettangolo IbUe	6	C. Q. 6.

3
1

4
1 1/2

4
2

Trapezio IecH 6 C. Q. 6.
7
1/2

Triangolo HcG 3 1/2 C. Q. 3 1/2.

Sommando ora tutte queste superfici parziali nel modo seguente:

8
7 1/2
15
18
6
40

1. Somma parziale 94 1/2
2
6
3
7

2. Somma parziale 112 1/2
5
6
6
3 1/2

Somma totale 133 delle superfici da togliere.

Facendo la sottrazione di questa dalla superficie del rettangolo cioè da C. Q. 336
133

203 residuo.

Dunque la macchia sono Canne Quadrate 203.

DEL GRAFOMETRO

110. Quell' istromento che è atto a dare la misura di un angolo compreso fra due linee fra due direzioni, chiamasi *grafometro*. Il più semplice ed il più comune è un semicerchio graduato, che si dice ancora *squadra mobile*, sul quale vi sono annessi o due cannochiali, o due traguardi uno fisso, e l' altro mobile; il primo AB fisso nel senso del diametro, ed il secondo mobile ED intorno al centro C del circolo, situati ambedue a contatto se sono traguardi, e parallelamente se sono canocchiali, avendo gli assi nell' uno, e nell' altro caso lo stesso centro nel punto C, in genere però o traguardo, o canocchiale mobile si muove parallelamente al piano del circolo. Sopra il traguardo mobile o canocchiale v' è il livello a bolla d' aria (Fig. 92.), che serve per porre l' istromento in piano orizzontale, ciò che si ottiene tutte le volte che la bolla d' aria si trovi fra i punti a, b.

111. Una prova semplicissima ripetuta anche più volte basterà per verificare l'esattezza del grafometro. Situate tre biffe A, B, C (Fig. 93) ad una certa distanza fra loro, e non in linea retta, seguendo le loro traccie si avrà un triangolo ABC; si misuri l'angolo C in modo che il semicerchio sia in livello, ed il suo centro sia sitnato sul punto C, col traguardo fisso si veda la biffa B, coll' altro mobile si traguardi la biffa A, i gradi dell' arco compreso fra i due traguardi a, b daranno la misura dell' angolo che sia 60°. Si porti poi l'istromento sul punto B situato nello stesso modo traguardando col fisso la biffa A, coll'altro mobile traguardata la biffa C il numero de' gradi dell' arco ed darà la misura dell' angolo B che sia p. es. 80°. Finalmente posto l' istromento sul punto A, e col fisso traguardata la biffa B, e colla mobile l' altra C siano gradi 40°. Sommate queste tre misure parziali 80°
60°
40°

avremo 180° cioè la somma dei tre angoli del triangolo eguali a gradi 180° come deve essere, ma per poco che risultasse una somma diversa da 180° l'istro-

mento non è esatto, e per esserne più certi si ripeterà la prova più volte.

112. Vediamo ora come si possa rilevare la pianta di un terreno per mezzo del grafometro (Fig. 94).

Esprima ABCDEFGHI il perimetro di un prato, vigna, orto, macchia o altro, e se ne voglia la pianta. La regola generale è la seguente, si misurino tutti i lati, e tutti gli angoli del perimetro, e se ne faccia un abbozzo esatto. Posto l'istromento sul punto H nel modo detto al paragrafo antecedente si avrà la misura dell'angolo GHI, e tolto da questo punto l'istromento si misuri il lato HI, e nel punto I posto l'istromento nel modo indicato al (§. 111). Si misuri il lato IA, si porti l'istromento nel punto A, e così proseguendo si avranno tutte le misure de' lati, e degl'angoli del perimetro.

113. Si può verificare l'operazione anche sulla faccia del luogo sommando gli angoli interni del perimetro escludendo gli angoli BCD, HGF che sono esterni, e vedendo se questa somma è tante volte 180° quanti sono i lati del perimetro meno 360°, ciò si sa dalla geometria (§. 16) nel caso nostro essendo nove i lati del perimetro sarà

$$\begin{array}{lr} & 180 \\ & 9 \\ \hline & 1620 \\ \text{sottratti} & 360 \\ \hline & 1260 \end{array}$$

se tale sarà la somma delle misure parziali degl'angoli de' lati del perimetro l'operazione si sarà eseguita senz'errore; se grande sarà la differenza sarà necessario ripetere l'operazione, se piccola come p. es. di qualche minuto l'errreo potrà disprezzarsi.

114. Si possono altresì verificare le misure lineari nel modo seguente, decomponendo come vedesi nella Figura il perimetro in triangoli rettangoli di cui le ipotenuse siano i lati del perimetro, e sommando le misure aA, AB, Bc, df, e vedendo se è eguale alla somma delle altre bH, Hg, hF, FM, così ancora se la somma delle al, Ib, gh è eguale alla somma delle altre cC, Cd, fE, EM, ciò altro non sa-

rebbe che vedere se le somme delle misure parziali dei lati opposti del rettangolo sono eguali.

115. La presente verifica dell'operazione col grafometro, è simile a quella dello squadro nel rilevare misura e pianta di un luogo all'esterno, colla sola differenza che in questo si fa la verifica degl'angoli colla somma che deve essere tante volte 180° quanti sono i lati meno 360° (§. 16), ed in quella (§. 108) si verificano col vedere se l'ultima linea di misura è normale alla prima ciò significa che si è girato il perimetro con linee reciprocamente normali, e quindi come ognuno facilmente può dedurre si saranno presi esattamente gli angoli del perimetro; e volendone conoscere la grandezza, si metta in proporzione l'abbozzo, e misurando ciascun angolo nel modo indicato al (§. 7), si avrà il numero de' gradi di ciascun angolo, e quindi la grandezza.

116. Prese tutte le misure del lato del perimetro, e gli angoli che formano, vediamo come si possa mettere in proporzione.

Si conduce (Fig. 95) una linea indefinita, e per mezzo della scala di proporzione (§. 82) si prende la distanza di met. 5, e si porti da M a N. Si ponga il centro del semicircolo graduato (§. 7) in M, ed il diametro sulla linea MN, e trovato il grado 88° per questo punto e pel centro si conduce la linea MQ, sarà l'angolo QMN eguale all'angolo H (Fig. 94). Presa poi sulla scala medesima la lunghezza di metri 15, si porti da M p. es. in Q, e portato il centro del semicircolo graduato sul punto Q ed il suo diametro in linea colla QM si trovi il grado 103° e fatta passare una linea QR pel centro e per questo punto sarà RQM eguale all'angolo T, e così proseguendo dovrà l'ultima linea coincidere colla prima.

117. Avuta così la pianta del luogo in proporzione, si può avere la quantità superficiale, dividendola e calcolandola nei modi indicati al §. 30.

DELLA BUSSOLA

118. La bussola, come chiaramente si vede dalla Fig. 96, è una scatola quadrata di legno, nell'interno della qua-

le v' è incassato un circolo graduato di metallo coperto da un cristallo; nel centro vi è situato un perno sul quale si sospende liberamente un ago d'acciajo calamitato. La proprietà di quest'ago è di dirigersi sempre ad un medesimo punto dell'orizzonte, e disturbandolo dalla quiete, portandolo cioè verso destra o verso sinistra, torna di nuovo a fermarsi verso quel punto, che chiamasi Nord, mentre l'opposto dicesi Sud, e gli estremi della linea ad essa normale a dritta (di chi è volto verso il Nord) Est, a sinistra Ouest. Corrisponde al Nord Tramontana — al Sud Mezzogiorno — all' Est Levante — all' Ouest Ponente. La linea di direzione dell' ago calamitato chiamasi *meridiano magnetico;* questa linea, secondo luoghi, col *meridiano vero* cioè *astronomico* forma un angolo più o meno grande a destra o sinistra del medesimo. Quest' angolo chiamasi *declinazione,* che se questa declinazione è dalla parte destra del meridiano vero, si dice declinazione orientale, se dalla sinistra dicesi *declinazione occidentale* per ragione che l'ago si volge verso l'oriente, o verso l' occidente. Cambiando dunque luogo con esso si cambia il *meridiano magnetico;* ma se questi luoghi sono situati a piccole distanze fra loro i meridiani magnetici di questi potranno considerarsi sensibilmente paralleli.

119. L'invenzione della bussola è stata per gran tempo attribuita generalmente a Flavio Gioja d'Amalfi città posta nel regno di Napoli, che viveva al principio del secolo XIII; ma non ostante una dissertazione di Crimaldi pubblicata nelle Memorie dell'Accademia Etrusca di Cortona, sembra che la bussola si conoscesse in Francia prima dell'anno 1220; si rileva ancora dalle Poesie di Ugo di Berry e di Giovanni Mehun citati ambedue da Pasquier nel quarto libro delle sue *Recherches sur la France.* Gli Inglesi si attribuiscono l'onore d'averla perfezionata. Altri autori affermano che l'ago calamitato è stato applicato alla navigazione per la prima volta dai Chinesi.

120. Poggiati a ciò che si è detto (§. 118), che i meridiani magnetici dei punti poco distanti fra loro possono considerarsi paralleli, la bussola può essere atta a rilevare le piante de' terreni col misurare successivamente gli angoli che i lati del perimetro del luogo fanno col meridiano magnetico. Vediamo però come possa misurarsi l'angolo

fatto da una linea col meridiano magnetico. A ciò ottenere si servono della bussola già descritta con questo di più, che al lato parallelo al diametro, ove comincia la graduazione del circolo e va a 180°, v'è un traguardo, ovvero alcune volte un cannocchiale. Da ciò facilmente si vede che sempre si deve traguardare da una stessa parte; così p. es. se dal punto M (Fig. 97) si vuol guardare il punto N, si porrà la bussola sul punto MO, e si traguardi poi il punto N; se poi dal punto N si volesse traguardare il punto M, non si potrà mettere l'occhio nel punto O, ma dovendolo sempre mettere nel punto M, cioè ov' è la lente oculare, si volterà, come si vede nella (Fig. 97) il lato A; in tal modo la lente oculare M verrà in N, cioè si sarà voltato il canocchiale. Vediamo però come si può avere l'angolo della linea MN che fà col meridiano magnetico, osservando in ambedue i punti M, N sia b il punto ove cominci e finisca la graduazione cioè 0°, 360°. E posta la bussola come si è detto nel punto M e come si vede chiaramente dalla figura sarà l'arco bn cioè il numero dei gradi dell'arco bn la misura dell'angolo che la linea Mn fà col meridiano magnetico se la graduazione cominciando nel punto b, procede verso il punto n: come nel punto N, sarà l'arco bsrn; il quale se si sottrae da 360° rimane bon supplemento di bn (§. 3). Ciò può servire altresì per vedere se la bussola è esatta, giacchè se in ambedue le stazioni risultano angoli di supplemento dell' angolo che la linea fá col meridiano magnetico, deve dirsi con sicurezza che la bussola è esatta.

120. Se poi la graduazione progredisce da b verso s, r in senso contrario a quella anzidetta la misura dell'angolo sul punto M sarà l'arco bsrn è sul punto N l'arco bon; ed il supplemento di questo (§. 3) sarà il residuo che ne viene dal sottrarre da 360° l'arco brsn l'arco bn come sopra.

121. Ma come ognun vede se è necessario un abbozzo nel rilevare le piante per mezzo dello squadro e grafometro credo che non lo sia meno dovendola ricavare colla bussola, appunto perchè la graduazione può essere o in un senso o nell'altro, potrebbero nascere degli equivoci.

122. L'abbozzo delle misnre prese in ambedue i casi, cioè o che la grandezza progredisca nel senso di bn, o nel senso contrario si farà conducendo una linea qualunque

rappresentante la reale Mn (Fig. 98), ed in un punto sopra d'essa N descrivendo una linea ns che rappresenti l'ago calamitato ed un arco di circolo che dal 0° vada fino all'incontro del lato dell'ago volto al Nord come può vedersi dalla (Figura 98 (a) (b)), ed in essi segnando il numero de' gradi che indicava l'ago della bussola.

123. Ciò posto vediamo ora in che modo per mezzo della bussola si possa rilevare la pianta di un terreno.

Per rilevare la pianta di un terreno; dovranno misurarsi tutti i lati del perimetro e tutti gli angoli che ciascun lato fa col meridiano magnetico. Sia AMQOP (Fig. 99) il perimetro di un luogo e rappresentando colla NS nel punto A la direzione dell'ago magnetico negli altri punti M, Q, O, P.... dovranno essere paralleli al primo in forza di ciò che si è supposto al (§. 118). Si supponga che la graduazione proceda pel primo modo che si è detto al (§. 119), e posta la bussola sul punto A traguardando una biffa posta in M faccia l'angolo col meridiano magnetico di 80°: misurato il lato AM siano metri 15. Dopo ciò giunto in M situate la bussola su d'esso traguardando l'angolo Q formi la linea MQ coll'ago calamitato un angolo 96° e misurato il lato MQ sianò metri 14. Così giunti sul punto Q formi la linea OQ col meridiano magnetico un angolo di 192° e così di seguito.

124. Segnate tutte queste misure in abbozzo come dalla (Fig. 99) facilmente si possono avere gli angoli de' lati del perimetro considerando che l'angolo abc è composto dei due abs, sbc e che abs è eguale ad nab, perché sono parallele (§. 8), cioè sarà anche l'angolo abs gradi 80°, l'angolo sbc si avrà sottraendo da 180° i 96° dell'angolo nbc ciò che rimane

$$\begin{array}{r}180\\ \underline{96}\\ 84\end{array}\quad \text{cioè } 84^\circ \text{ sommando ora} \quad \begin{array}{r}80^\circ\\ \underline{84^\circ}\\ 164^\circ\end{array}\quad \text{sono i gradi}$$

dell'angolo abc e così per gli altri angoli.

125. Avuti così tutti gli angoli dei lati del perimetro si verificherà l'operazione poggiati al principio geometrico detto di sopra (§. 16), sommando cioè tutti i detti angoli interni e vedendo se la loro somma è tante volte 180° quanti sono i lati meno 360°, e di più osservando se l'ultimo lato ae, va a chiudere la figura nel punto a.

126. Se si sono ottenuti nel modo indicato (§. 124) gli angoli A, M, Q.... de' lati de' poligoni facilmente può mettersi iu proporzione nel modo detto (§. 116): se poi non sonosi ottenuti gli angoli per mezzo del solo abbozzo in un modo simile si mette in proporzione. Difatti si conduce ad arbitrio la linea XY (Fig. 100) che rappresenterà la direzione dell'ago magnetico; e scelto in essa un punto u vi si ponga il centro del riportatore (§. 7) ed il diametro sopra XY e si prenda sopra di esso 80° e per questo punto ed il centro si conduca la linea uu', che si prenderà lunga M. 15. nella scala indicata al (§. 16). Condotta poi sul punto u' una parallela X'Y' all' XY e messo il riportatore (§. 7) col diametro sopra X'Y' ed il centro sul punto u' si prenda X'u'R di 96° e sul punto u' e sul novantaseesimo grado si conduce la u'R in questo modo proseguendo si otterrà l'intero perimetro del luogo.

127. Volendo conoscere le quantità superficiali del terreno misurato, messo in proporzione l'abbozzo si adopreranno i metodi indicati al (§. 30).

DELLA TAVOLETTA PRETORIANA.

128. La tavoletta Pretoriana non è altro che una tavola quadrata della lunghezza di centimetri 60 che chiamasi specchio; questa tavola però è composta di più pezzi incrociati ed intelarati, affinchè esposta all'acqua ed al sole non abbia a incurvarsi; sostenuta è la medesima da tre gambe, ma in modo che possa muoversi intorno ad un perno verticale, il quale movimento è impedito chiudendo tre viti, e ad ottenerlo poi piccolissimo quasi insensibile, v'è una chiavetta detto *micrometro*, che girata per un senso o per l'altra dà i detti movimenti alla tavola per una parte o per l'altra, essendo aperte due viti e la terza sottoposta al micrometro chiusa, di quelle cioè che fermate impedirebbero il movimento di rotazione alla tavoletta.

Ve ne sono ancora che consistono in una tavola quadrata unita ad un telajo e sostenuta parimenti da tre gambe, fissati questi la tavola può avere tre movimenti, cioè due laterali da sinistra a dritta, e viceversa; davanti all' indietro e viceversa; e quello di rotazione; ma però i due

primi porterebbero la tavoletta qualche volta fuori del centro delle gambe ciò che potrebbe toglierla dal piano orizzontale in cui deve essere, e per conseguenza sono preferibili quelle che hanno il solo moto di rotazione.

Annessa alla tavoletta vi deve essere sempre il livello, la bussola, la diottra ed il triangolo col rispettivo pendolo. Il livello (Fig. 92) a bolla d'aria serve per porre orizzontale la tavola, cioè per metterla in un piano perfetto. La bussola (§. 118) serve per orientarla, cioè per situarla in una posizione nota rispetto ai quattro punti cardinali Nord, Sud, Est, Ovest. La diottra o a cannocchiale MN o a palette serve per tracciare le direzioni delle visuali che dall'occhio dell'osservatore vanno a terminare agl' oggetti fissati.

Il triangolo ABC serve per riportare il punto A sul terreno ponendo il triangolo col lato AB sulla tavola l'estremo A del triangolo sul punto A, il peso P essendo per la formazione del triangolo in linea coi punti A, C darà sul terreno il punto A.

Oltre di tutto ciò il Perito dovendo cominciare un'operazione porterà con sè un astuccio di compassi, una scala di proporzione descritta al (§. 82) che il più delle volte è incisa sulla riga della diottra; lapis, temperino, molte biffe, canne, e catena, aghi col capo di cera di spagna, ed un foglio stirato sullo specchio: ciò che si fa coll' inumidirlo dalla sola parte che và rivolta sulla tavola, lasciando asciutto all' intorno un margine sul quale và passato un poco di colla di farina, e rivoltato si vada calcando il margine incollato procurando da stirarla per tutti e singoli i lati.

129. Avendo tutto ciò con sè l'Operatore prima di cominciare le misure deve essere certo dell'esattezza de' suoi istromenti e specialmente della diottra. La diottra come abbiamo detto o è a cannocchiale o a traguardi, o ancora sono unite ambedue; la diottra a cannocchiale è sostenuta da una colonna di metallo normale alla riga; vi sono nell' interno di essa dalla parte della lente oculare dei fili normali fra loro, uno de' quali essendo posto verticale l' altro è orizzontale, e la direzione della visuale che seguirebbe il filo verticale è la stessa che segna la riga sulla tavola medesima. Se alla diottra a cannocchiale vi sono uniti i traguardi la direzione di una stessa visuale veduta coi traguardi

ed osservata poi col cannocchiale deve combinare col filo verticale e quindi collo spigolo della riga. Ma per verificare ciò si fermi la tavola in un luogo ove possa vedersi un campanile o altro fabbricato accessibile; si livelli la tavoletta, ciò che si ottiene ponendo l'istromento (Fig. 92) sopra di essa in diversi punti e procurando di portare la bolla d'aria nel mezzo segnato coi punti a, b alzando o abbassando le gambe per i grandi movimenti, o girando alcune viti per i piccoli. Ciò fatto si tracci sulla facciata del fabbricato o del campanile una linea determinata da un filo a piombo, e traguardando dal punto più alto al più basso di questa linea tanto la diottra a cannocchiale quanto i traguardi dovranno percorrerla dal superiore all'inferiore estremo; che se in qualche punto la tagliassero deve dirsi che la visuale de' traguardi, e del filo del cannocchiale non è verticale, e quindi non coincide con quella segnata dalla riga sulla tavola, e conviene rettificarlo girando e i traguardi, e la parte del cannocchiale dell'oculare, finchè si giunga allo scopo. La riga deve essere levigata assai nel lembo, lungo il quale si conducano i raggi sulla tavola.

130. Non sarà fuori di proposito prima di venire a parlare de' diversi modi di adoprare la tavoletta. dare un metodo per la verifica della bussola necessario a chi dovesse impiegare molto tempo per rilevare la pianta di un luogo. Essendo la bussola così variabile non solo da luogo a luogo, ma altresì di tempo a tempo, sarà dico necessario al Perito di riconoscere ogni qualvolta abbia a mettersi ad operare se la bussola abbia sofferto variazione; in che senso e di quanto abbia variato. Ciò può ottenersi anche nella propria abitazione, purchè per un vano di fenestra si possa traguardare ad un oggetto stabile lontano; si fissi la tavoletta nel modo indicato, cioè livellandola e fermandola, e segnando in terra i punti occupati dalle gambe della tavola, ponendovi i numeri 1. 2. 3. come ancora si segneranno alle gambe respettive. Si ponga sopra la tavola la riga colla diottra e si traguardi all'oggetto stabile segnando con inchiostro una linea sulla tavola lungo la riga del cannocchiale, e fissati due lati della bussola ai lati di un angolo del quadrato, si osservi il grado che viene segnato dall'ago il quale si scriverà sulla stessa tavola. Questa ope-

razione fatta il giorno che deve principiarsi la pianta si ripeterà ogni qualvolta si dovrà tornare per proseguire l'operazione; e basterà porre di nuove le respettive gambe N. 1. sulla traccia uno, la N. 2. sulla traccia due ec. e livellata si ponga la riga sopra le linee segnate il primo giorno coll'inchiostro e si giri la tavola finchè colla diottra si veda l'oggetto fissato il primo giorno , situata la bussola nello stesso modo che fu collocato il primo giorno dovrà segnare lo stesso grado che segnava la prima volta, e non segnando si noti la variazione, se sarà piccola potrà disprezzarsi, se grande dovrà operarsi col grado che segna in quel giorno.

131. Colla tavoletta pretoriana si può operare colla bussola e senza. Ma nell'uno e nell'altro modo che si voglia adoprare vi sono tre metodi. Il primo che si pratica quando il luogo di cui si vuole la pianta è così piccolo, e libero da impedimenti che da un sol punto si possano scorgere tutti gli angoli del perimetro-

Il secondo metodo che dai prattici dicesi *a punto indietro e misure* si va girando colla tavoletta attorno attorno tutto il terreno, misurando tutte le visuali degli angoli del perimetro e delle distanze delle fermate che chiamansi *Stazioni.*

Il terzo metodo che chiamasi ancora di *triangolazione* o d'*intersezione di raggi* si ha scegliendo una linea più lunga possibile, ma tale che da' suoi estremi si possano vedere gli angoli del terreno che vuole rilevarsi.

PRIMO METODO.

132. Prob. Rilevare colla tavola pretoriana il terreno ABCDEF con una sola stazione (Fig. 102).

Sia il punto O tale da potere in esso scoprire tutti gli angoli del terreno A, B, C, D, E, F, e poste in essi delle biffe; si collochi la tavoletta sul punto O presa all'incirca nel mezzo del foglio[1], si ferma in esso un ago detto al (§. 128). Si livelli la tavoletta come si disse al (§. 129) e posta la riga del cannocchiale a contatto dell'ago si vadano traguardando successivamente il punto A, B, C . . . . avvertendo che traguardato ogni punto si conducano per mezzo del compasso delle linee sulla carta che daranno la direzione

delle visuali: si conducono col compasso per distinguerle dalle linee del perimetro che si conducono con lapis. Dopo aver tracciato la prima visuale si ordina di misurare la distanza del punto A al punto O corrispondente sotto la tavoletta, ciò che si determina col triangolo (§. 128), avvertendo che se la distanza è di una estensione considerevole devono piantarsi delle biffe per avere la retta direzione. Mentre si eseguisce la prima misura potendo il Perito rimanere alla stazione può proseguire a tracciare le altre visuali: riportando i misuratori la distanza il Perito la prenderà sulla scala (§. 82), e la porterà da O in a, così delle altre misure da O in b, da O in c, ed uniti i punti a, b, c, d si avrà sul foglio della tavoletta la pianta del luogo in proporzione espressa dal perimetro abcdef. Potrei fare osservare le simiglianze di ciascun triangolo aOb, bOc, ... coi grandi AOB, BOC (§. 11. III) ma essendomi io proposto di fare una cosa puramente pratica non m'appartiene entrare in tante ragioni.

Riguardo al modo come debbono calcolarsi le piante ricavate colla tavoletta lo farò vedere dopo i tre metodi.

133. Senza tornare dopo terminate le prime misure al punto O basterebbe misurare i lati del perimetro cioè misurata la distanza AO e messa sulla tavoletta aO colla misura presa sulla scala di proporzione si faccia centro in a e colle misure in proporzione af uguale alla distanza AF si descriva un arco che taglierà la visuale OF segnata sulla tavoletta nel punto f ma può essere equivoca potendo tagliare la fO anche in un altro punto g e formare così un triangolo agO simile al triangolo AGO descritto al (§. 10. Fig. 17), e come ciascuno vede prendendo questo secondo l'operazione sarebbe sbagliata; non sarebbe più equivoca tutte le volte che il lato AF del perimetro fosse normale alla visuale FO (§. 10) per cui volendo servirsi di questo metodo converrà verificarlo di quando in quando tornando nel punto O, e misurando qualche distanza del punto medesimo a uno qualunque degli angoli del perimetro.

134. Se il perimetro del luogo avesse un lato curvilineo (Fig. 103) si prende colla tavola col condurre i raggi visuali al principio B ed al fine D del detto lato e condotta colle biffe la linea BD innalzando da essa le normali alla curva

BCD verrebbe determinata, ma siccome queste normali si dovrebbero elevare a occhio nudo nel nostro caso sarebbero di una lunghezza non piccola e per conseguènza per poco che non fossero normali sulla BD potrebbe portare un errore nella esattezza delle misure, quindi è che si sogliono condurre ai punti fissati colle biffe sulla curva dei raggi visuali p. e. OC ed unendo i punti B, C, D colle linee BC, CD le normali che si conducono da queste alla curva sono piccolissime e per conseguenza con più esattezza se ne potrebbe avere l'andamento. Facilmente poi si possono mettere in proporzione sulla tavola perchè condotte le linee b c, cd elevando col debito modo sopra di esse le normali rispettive colle misure corispondenti prese sulla scala di proporzione ed uniti i punti estremi si ha l'andamento della curva.

135. Per avere la posizione del luogo si pone la bussola in un angolo della tavola in modo che i due lati della bussola coincidano con i due lati della tavola, ed essendo questa ferma si veda il grado che segna il quale sia 20,° e per avere questa direzione dell'ago sulla tavola si conduca dovunque una linea MF (Fig. 105.) parallela alla BQ in un punto o messo il semicircolo graduato col diametro sopra MF si prenda l'arco cr di 20.° e pei punti o, c condotta una linea NS questa rappresenterà la direzione dell'ago e si metteranno le due lettere N. S. corrispondenti al Nord ed al Sud.

SECONDO METODO ADOPRATO SENZA LA BUSSOLA.

136. Il secondo metodo detto *a punto indietro e misura* come si è detto al (§. 131) è quello che per rilevare la mappa di un luogo si và girando colla tavola attorno il terreno prendendo le misure delle visuali, e delle distanze delle stazioni.

Sia ABCDEFGHIK (Fig. 106) il perimetro del terreno di cui si vuole la pianta. Si ponga la tavoletta nel punto M, si livelli e si fermi per mezzo delle viti, si prenda sul foglio un punto o a occhio in modo che vi possa entrare tutta la pianta ed infisso in questo punto un ago col capo di cera di spagna si determini questo sul terreno per

mezzo del triangolo, e vi si ponga un chiodo o picchetto di legno, dopo ciò si ponga il lembo della riga del cannochiale a contatto coll'ago e si vada intorno ad esso girando e dirigendo le visuali ai punti che si possono scorgere da questa stazione p. e. A, B, C, e segnate col compasso sulla carta, misurate e messe in proporzione si abbiano sulla tavola le distanze ao, bo, co, ed uniti i punti a, b, c per le linee ab, bc; abc rappresenterà ABC del terreno. Non potendosi scoprire altri punti per impedimenti che possono esservi nel terreno p. e. Case, Alberi si sceglierà un altro punto N, dal quale si scorgano altri, K, I, H, ma per portare la tavoletta in questo punto si deve chiaramente da ognuno intendere che dovrà porsi in N. parallelamente alla prima posizione, e che quella distanza dal punto M. al punto N. del terreno corrisponda alla distanza in proporzione del punto o, al punto ò del foglio della tavoletta ma per ottenere ciò si opererà nel modo seguente.

137. Scelto dopo la prima stazione un punto N come già si è detto si ponga una biffa che abbia la carta rivolta al punto M; ciò fatto si vada osservando col cannochiale e si avrà la visuale oo', misurata la distanza dal punto sottoposto ad o al punto sottoposto ad ò, si ripòrti col compasso in proporzione dal punto o al punto o' sulla tavola ed anche in questo s' infigga un ago. Eseguito ciò si aprano tutte le viti tanto quelle che servono per fermare il movimento di rotazione quanto quelle che si adoprano per i piccoli movimenti verticali, cioè pei piccoli movimenti che servono a livellarla, e tolto da questo punto la tavoletta si ponga una biffa nel punto sottoposto ad o ov'è il picchetto; e s' incamminino tutti verso il punto N. Giunti in questo punto si tolga la biffa e vi si pianti un picchetto: si fermi poi la tavoletta in modo che il punto ò sia situato sopra il picchetto ed il punto o sia verso la prima stazione; si livelli e posto il cannocchiale a contatto dei due aghi, dalla parte sempre del lembo più basso si giri la tavola in modo che si ritrovi col cannocchiale la biffa posta nella stazione M; ritrovata questa si fermino le viti, ed ognun vede che la linea o'o della seconda stazione sta sulla stessa linea della o'o della prima, dunque la tavoletta nella seconda

stazione è in posizione parallela alla prima; di più si è spostato dal punto M al punto N nella stessa proporzione della distanza del punto o ad o'.

138. Situata così la tavoletta si tolga l'ago dal punto o è messo il cannocchiale nel solito modo sul punto ó si vadano diriggendo le visuali ai punti che si scoprono da questo K, I, H e segnandole sulla carta si misurino e riportate colla scala di proporzione si avranno i raggi ko, io, oh, e condotte le linee ak, ki, ih si avrà cbakih parte del perimetro in proporzione. Per compiere l'operazione si vede necessario lo scegliere un altro punto O nel quale fatta una terza stazione, scoprendo però tutti i rimanenti punti si potrà compiere la pianta.

139. Messa come sopra una biffa nel punto O, e condotta col cannocchiale sul foglio la direzione o'o", misurata la distanza del picchetto sottoposto ad o' fino alla biffa; messa in proporzione col compasso, si porti da o' in o" e si ponga un ago in questo punto, dopo ciò aperte tutte le viti e messa una biffa al picchetto della seconda stazione si porti la tavoletta sul punto O, levata la biffa e messovi un picchetto in modo però come si è detto di sopra che per mezzo del triangolo il punto o" corrisponda sul picchetto ed il punto o' corrisponda dalla parte della stazione N; livellata la tavoletta, si metta il cannocchiale a contatto dei due aghi e si cerchi la biffa della stazione N; trovata si vede come sopra che o'o" della 3ª stazione è in linea colle o'o" della 2ª. Tolto l'ago dal punto o' si guardino le biffe situate negli angoli G, F, E, D, girando col cannocchiale intorno all'ago del punto o", misurate e riportate in proporzione colla scala si avranno o"g, o"f, o"e, o"d, ed unendo gli estremi per mezzo di linee si sarà chiuso il perimetro rettilineo ABCDEFGHIK: per avere le linee curve GmF, EnD, si opererà come si è detto al (§. 134).

140. Un mezzo per vedere se il cammino delle stazioni fatto sul terreno corrisponde al cammino delle medesime fatto sul foglio si opererà così nell'ultima stazione. Si ponga (se si scorge) un ago alla prima stazione al punto o; ovvero in altro, eccetto l'antecedente, ed al contatto de' due aghi si ponga la riga del cannocchiale e guardando per esso se si vede la biffa della 1ª stazione o altra, potrà essere certo

il Perito che i due perimetri della stazione sul terreno e della stazione sulla carta sono simili cioè in proporzione il medesimo; altrimenti si può essere sicuri di aver commesso qualche errore nell'operare. Sogliono però i Periti nel rilevare Mappe dei luoghi di una estensione considerevole fissare sul foglio de' punti p. es. di una croce di Chiesa, di Campanile, la linea di un Parafulmine, e verificando se ciascuna stazione si trova in linea col punto fisso; imperocchè ciò essendo progredisce l'operazione esattamente, altrimenti si può essere sicuri di qualche errore.

141. Nel terreno vi possono essere delle staccionate, strade, fossi, o altro da fissarsi di posizione. Questi possono facilmente ottenersi conducendo de' raggi come (§. 132) agli estremi delle staccionate, delle strade, o in altri punti in modo però che elevate delle normali sù queste linee si possa avere l'andamento delle staccionate, fossi, strade, o altro; così ancora come vedesi dalla (Fig. 106) sulla linea delle stazioni (1^a e 2^a) facendo delle battute può aversi il tratto di strada PQ. Misurando però si sogliono far degli abbozzi così: - Si segna un piccolo quadrato A (Fig. 107), che rappresenti la tavoletta, e da un lato si segni il numero della stazione nel caso nostro (staz. 1.), perchè è l'abbozzo della strada PQ; misurando ed elevando delle normali si vadano segnando come si vede chiaramente dalla medesima figura; terminata la misura in un angolo ove sia la biffa, o nella stazione seguente; si conduca una parentesi B rivolta dalla parte della stazione, dove si è cominciata la misura; se termina alla biffa si farà una piccola croce B, se alla stazione seguente un piccolo quadrato C col numero della stazione, p. es. staz. 2.

SECONDO METODO COLLA BUSSOLA

142. Sia il terreno AB . .. IK (Fig. 106), del quale si vuole ricavare la pianta colla tavoletta per mezzo della bussola. Situata la tavoletta nella prima stazione come si è detto nei §§. antecedenti, si ponga la bussola nell'angolo R, e si noti il grado che segna l'ago magnetico. Scelto il punto *o* e riportato per mezzo del triangolo (§. 128) sul terreno si ponga un picchetto, e trovati gl' angoli A, B, C ri-

portati in tavola come al (§. 136). Condotte le linee ab, bc si aprano le viti e si trasporti la tavoletta in un altro punto N senza però fissare sulla tavoletta la direzione del raggio, ne ponendovi per conseguenza altro ago.

143. Giunto adunque in un punto qualunque N si posi la tavoletta, si orizzonti e si ponga nello stesso modo della 1. stazione la bussola nell'angolo R, e si giri la tavola attorno al suo asse, finchè l'ago segni il medesimo grado che segnava nella prima stazione; giunto l'ago al suo punto si chiudano le viti, e la tavoletta sarà in posizione parallela alla prima. Per avere poi il punto o' si ponga la riga del canocchiale al contatto coll'ago del punto o, e si giri attorno a questo finchè si rinvenga la biffa piantata nella prima stazione; rinvenutala col canocchiale si segni col compasso sulla carta la linea che sarà la oo', misurata la distanza dal punto M al punto N si riporti col compasso in proporzione dal punto o al punto o'; fissato in questo un ago, si tolga dal punto o, e girando attorno a quest'ago la riga del canocchiale si determinino gli angoli K, I, H nello stesso modo detto al (§. 138).

144. Dovendo passare ad una terza stazione, si opererà come nel paragrafo antecedente, aperte tutte le viti si porta la tavoletta nel punto O fermata e livellata si ponga la bussola al solito posto R, e si giri la tavola finchè l'ago segni lo stesso grado; dopo ciò si chiudano le viti, e si vada girando la riga del canocchiale intorno all'ago situato nel punto o', finchè si trova la biffa lasciata nella stazione N. Trovata si segna la traccia della visuale o'o", e misurata la distanza delle due stazioni si porti in proporzione col compasso dal punto o' al punto o", tolto l'ago dal punto o', si ponga all'altro o" e si termini l'operazione nel modo indicato al §. 139.

145. Si puo risparmiare adoperando la tavoletta colla bussola metà della fatica giacchè non v'è di bisogno di passare da stazione in stazione successiva colla tavola, ma dalla prima si può andare alla terza, dalla terza alla sesta, dalla sesta alla nona, in questo modo se adoprando la tavoletta senza bussola si dovessero fare dieci stazioni, adoprandola colla bussola se ne potranno fare cinque. Vediamo come nella (Fig. 106) si può passare dalla prima alla terza senza

andare alla seconda; e basterà perchè ognuno intenda come dalla terza si passa alla sesta ecc.

146. Conosciuto colla bussola nel punto R il grado che segna l'ago calamitato, terminata nella prima stazione la direzione dei raggi ai punti visibili A, B, C, e messo in proporzione ABC rappresentato da abc, da questa prima si vuol passare alla terza. A questo fine si mette la biffa in un altro punto N, e per mezzo del cannocchiale, come si è detto nei §§. antecedenti si trovi la direzione del raggio visuale, e segnata sulla carta col compasso sia questa espressa da oo'. Misurata la distanza dal picchetto della prima stazione alla biffa situata nel punto N, si metta in proporzione e riportata col compasso sul punto o del foglio, l'altra punta vada in o', in questo punto s'infigga l'ago levandolo dal punto o. Fatto ciò si scelga il terzo punto p. es. O, dal quale è necessario che si scorga la biffa in N, fermate le gambe della tavoletta e livellata si ponga in R la bussola, e si giri la tavola finchè l'ago magnetico segni lo stesso grado che segnava nella prima stazione, e ritrovato ciò si fermino le viti. Si ponga poi a contatto dell'ago in o' la riga ed attorno ad esso si giri finchè non ritrovasi la biffa in N, ritrovatala si segni col compasso la direzione che sarà o'o", e misurata la distanza dal punto N al punto O, si riporti dal punto o' in o", ed in questo punto s'infigga un ago togliendolo dalla o' e girando la riga attorno a questo si vadano determinando le altre visuali. Ecco come dalla prima stazione si può passare alla terza. Le tavolette della 1. e 3. stazione sono in posizione parallela, perchè ambedue parallelle alla 2. Il cammino fatto sul terreno dalla M alla N alla O, cioè il triangolo MNO è simile al triangolo sul foglio oo'o", dunque vi è tutto ciò che si richiede per spostare la tavoletta da un punto ad un altro.

147. Questo modo di adoprare la tavoletta serve quando dalla prima stazione nel punto M non si potesse, per impedimenti che vi siano nel terreno, andare nel punto O necessario per compire il perimetro. L'impedimento oltre i già descritti può essere che il punto M sia in un monte, ed il punto O in una valle sottoposta invisibile dal punto M. In questo caso come vedesi si sceglie un altro punto N

visibile dai due N, O, e si opera nel modo indicato (§. 146). Si adopra ancora dovendo prendere l'andamento p. es. di una strada ABCDE (Fig. 108) si dovrebbe passare per i punti successivi A, B, C, D, E col punto indietro, cioè adoprando la tavoletta senza bussola, ma servendosi della tavoletta colla bussola si può passare nel modo detto (§. 146) dal punto A al punto C al punto E.

TERZO METODO (1) TAVOLETTA SENZA BUSSOLA.

148. Dilettevole e di poca fatica è il terzo modo di prendere le piante; imperocchè ponendo la tavoletta in due punti può prendersi l'intero perimetro del terreno a sola condizione che da essi si scorgano tutti gli angoli del perimetro medesimo. Alcune volte però non potendosi scorgere l'intiero perimetro da due punti, se ne sceglie un terzo tale che coi due possa compirsi l'operazione come vedremo. Il Perito dovendo adunque prendere la pianta di un luogo con il terzo metodo dovrà prima di porsi alla tavoletta trovare i due punti nei quali si vuol fare stazione, e dai quali possa scorgersi tutto il perimetro, piantando in esso due picchetti, dovrà poscia girare attorno il perimetro del luogo per porre a tutti gli angoli de' picchetti di legno numerati, così p. es. essendo il perimetro da rilevarsi ABC.... (Fig. 110) cominciando p. es. dall'angolo A pianterà in esso un picchetto col num. 1., all'angolo B un secondo col num. 2. Avvertendo però che debbano piantarsi da uno capace de' numeri che dovrà tornare nel momento dell'operazione due volte dal num. 1, al 2, al 3. . . . come vedremo. Nel tempo che si vanno piantando i picchetti dovrà il Perito formarsi un abbozzo ponendo rispettivamente i numeri 1. 2. 3. agl'angoli A, B, C . . . del perimetro ove sono stati piantati i picchetti 1. 2. 3. (Fig. 109).

149. Compita questa operazione dovrà tanto chi si ferma alla tavoletta, quanto chi gira agl'angoli del perimetro avere un segnale di convenzione p. es. due bandiere, due trombe di cui l'uso or ora vedremo.

(1) Questo metodo è stato adoprato da me più volte portando in esercizio i miei giovani.

150. Avendo tutto così pronto dovrà misurarsi la linea OO' delle due stazioni che chiamasi *base*, ma con una tale esattezza da non sbagliare nemmeno di un decimetro, ed a ciò ottenere si misurerà la base per due o tre volte, ed ottenendo sempre lo stesso risultato, si può essere sicurissimi dell'esattezza della misura. Avuta questa si segnerà (Fig. 109) tra i punti O, O' nell'abbozzo rappresentante la linea OO' del terreno. È da notarsi che la lunghezza della base debba essere di un'estenzione considerevole. Imperocchè dovendo prendere gli angoli del perimetro coll'intersezione degl'altri due lati del triangolo, questa si otterrà con una grande precisione quando i due lati sono congiunti ad un angolo ottuso o quasi retto, e con poca quando lo fossero ad angolo molto acuto; si otterrà il primo quando il lato dato cioè la base non sarà di una piccola estensione come ognuno evidentemente può conoscere.

151. Per determinare la base OO' del terreno sulla tavoletta si opererà nel modo seguente. Si ponga la tavoletta sul punto O ove esiste il picchetto ed una biffa nell'altro, si livelli la tavoletta e si ponga in modo lo specchio che in esso possa entrarvi l'intiera pianta trattandosi di un terreno di una estensione non grande. Chiuse le viti si ponga un ago a quel punto corrispondente al picchetto che ritrovasi sulla tavoletta per mezzo del triangolo, e girando intorno a questa colla riga si vada ad incontrare col cannochiale la biffa situata sul picchetto O', ed in modo che il filo verticale coincida colla biffa. Ciò fatto si condurrà o col lapis, o col compasso (siccome è la linea principale) sulla tavoletta una traccia indefinita oo'; per mezzo poi della scala di proporzione si ponga la distanza Metri 146 dal punto ov'è l'ago in o fino ad un altro ove cadrà o', sul quale si mettera poi un secondo ago.

152. Avuta così la base sulla tavoletta si deve incominciare l'operazione. Anderà perciò l'uomo che piantò i picchetti (§. 148) col segnale di convenzione, p. es. colla bandiera a fare il giro del perimetro cominciando p. es. dal N. 1, e andando progressivamente se vuole. Giunto l'uomo al picchetto N. 1 angolo A del perimetro si dovrà fermare tenendo la bandiera normale sul picchetto. Il perito situato alla tavoletta ordinerà d'innalzare la bandiera che non farà

calare finchè non avrà segnato la direzione del raggio visuale sulla tavoletta; dopo ciò porrà la riga del canocchiale a contatto dell'ago nel punto o, ed intorno ad esso girerà il cannochiale finchè il filo verticale coincida colla bandiera N. 1 dell'uomo. Giunto a questo punto il canocchiale, segnerà col lapis il raggio visuale sulla tavoletta ponendovi, come si vede (Fig. 110) il N. 1. indicando con ciò essere la direzione del raggio visuale dalla stazione O al primo picchetto. Segnato questo ordinerà di calare la bandiera dal suo posto; l'uomo situato al N. 1, vedendo calata la bandiera della stazione, s'incamminerà verso il picchetto N. 2, giunto sul quale ne darà indizio al perito col porre sul picchetto normalmente la bandiera, ciò che farà tutte le volte che giungerà ad un nuovo picchetto; il perito poi darà ordine d'innalzare la bandiera della stazione, indicando con ciò che ha avvertito alla bandiera del 2. picchetto, e che si è messo all'opera, ciò che farà ponendo il cannocchiale nel modo solito osservando il picchetto N. 2, e tirando il raggio visuale sulla tavoletta mettendo al fine N. 2, come si vede (Fig. 110). Dopo ciò farà calare la bandiera, e l'uomo dal picchetto N. 2 passerà al picchetto N. 3, e così di seguito. Segnati così tutti i raggi visuali sulla tavoletta 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, la dismetterà ponendo sul picchetto una biffa; e mentre' quei che lavorano alla tavoletta passano alla seconda stazione, l'uomo che va attorno al perimetro passerà di nuovo al primo picchetto.

N. B. Prima di segnare sulla tavoletta il numero del raggio visuale corrispondente al picchetto si vede sull'abbozzo se quel numero si deve segnare, poichè tante volte non è un numero progressivo, ma dall'uno si va al 3, al 7 secondo l'andamento del perimetro medesimo.

153. Giunti alla seconda stazione si fermerà la tavoletta in maniera che il punto o' corrisponda sul punto O' del picchetto ciò che si ottiene col noto triangolo, tenendo o rivolto verso la prima stazione. Si livelli, e messo un ago sul punto o' si metta a contatto dei due aghi la riga del cannocchiale, si giri la tavoletta finchè col cannocchiale si osservi la biffa della prima stazione; ciò fatto, si fermino le viti, e tolto l'ago dal punto o; essendo l'uomo colla bandiera sul picchetto N. 1, e la bandiera della seconda

stazione innalzata, col cannocchiale determinerà attorno l'ago del punto o' il raggio visuale, e si segni l'intersezione col raggio della prima stazione N. 1. Fatto ciò, calata la baudiera, passerà l'uomo al picchetto N. 2; innalzata quindi la bandiera della stazione opererà il perito nel modo solito per determinare sulla tavoletta il raggio visuale del 2. picchetto, e segnerà l'intersezione di questo col raggio N. 2 della prima stazione, ed unirà per mezzo di una linea i punti d'intersezione, ed in questo modo proseguendo si avrà in proporzione l'intero perimetro sulla tavoletta.

154. Alcune volte può accadere che un angolo p. es. C si trovi in linea coi punti O, O' delle due stazioni, in questo caso non potrebbe aversi l'intersezione. Per determinarla è necessario che si prenda la distanza dalla stazione più vicina O' all'angolo C, e si riporti in proporzione sulla linea oo'3. In tal guisa sarà determinato sulla tavoletta il punto C.

155. Se si volesse adoprare la bussola, questa sarebbe utile per determinare la posizione del luogo come se si volesse adoperare nel primo, ma potrebbe essere di poca esattezza per rimettere la tavoletta parallela alla prima posizione per le ragioni addotte di sopra.

156. Qui è d'avvertire, che migliore sarebbe adoprare sempre la bussola ed assieme il punto indietro per rimettere la tavoletta nella stazione seguente, perchè alcune volte mi è accaduto in pratica che andando da una prima ad una seconda e ad una terza stazione col punto indietro verificando questa colla bussola, cioè se segnava lo stesso grado della prima, ho veduto che nella terza segnava un grado diverso, e questo mi ha fatto vedere che vi doveva essere qualche sbaglio di misura sul terreno o qualche sbaglio di misura sulla tavoletta, e verificandolo ho veduto essere stata sbagliata la misura della distanza dalla penultima all'antipenultima stazione: quindi è che consiglierei adoprare la tavoletta col punto indietro assieme alla bussola per essere certi della esattezza dell'operazione.

157. Facile è il modo di calcolare la pianta rilevata colla tavoletta in tutti e singoli i metodi. Imperocchè, come ognuno può vedere osservando le tre (Fig. 102, 106, 110)

sono divise, coll'operazione eseguita in campagna, in triangoli. Così p. es. la (Fig. 102) si compone di AOB, BOC, COD, cioè dei triangoli formati dai raggi visuali condotti dal punto O agli angoli del perimetro, e dai lati del perimetro medesimo. Così p. es. nella (Fig. 106) unendo il punto K col punto o ed H col punto o' e G col medesimo, si comporrà la pianta dei triangoli AoB, Aoo', Koo' Ko'd. . . . . . cioè dei triangoli formati dai raggi visuali, ovvero dai raggi visuali ed un lato del perimetro; p. es. Ko'o è formato dai tre raggi visuali Ko, Ko' o'o; come ancora il triangolo AoB è formato da due raggi visuali ed un lato del perimetro Ao, Bo, AB, così il triangolo oo'o" dai tre raggi oo' oo", o'o" distanza delle tre stazioni. Così la (Fig. 110) considerando la sola prima stazione del punto O si vedrà che la pianta è divisa in triangoli dai raggi visuali e dai lati del perimetro p. es. AOB, BOC. . . due raggi ed un lato del perimetro. Se poi non fossero stati sufficienti due punti, e se ne sia scelto un terzo per compire l'operazione, la pianta si vedrà divisa in triangoli che hanno i vertici nei punti delle stazioni dove si sono scoperti i punti del terreno, e le basi su i lati del perimetro. In qualunque metodo adunque sulla faccia del luogo si divide la pianta in tanti triangoli proporzionali ai triangoli che s'immaginano descritti con linee sul terreno. Per calcolare adunque qualunque pianta basterà di calcolare ciascun triangolo, e la somma di tutte le superfici dei medesimi darà la superficie intera della pianta rilevata. Per avere la superficie poi di ciascun triangolo basterà misurare col compasso, se non si è avuta sul terreno, la linea che si sceglie per base, e portandola sulla scala di proporzione per vedere di quanti metri, canne, stajoli sia la lunghezza; abbassata dal vertice del triangolo sulla base una normale e misurata come sopra n'esprimerà questa l'altezza. Moltiplicando quindi queste due lunghezze, e prendendone la metà si avrà la superficie del triangolo.

METODO PRATICO DI COSTRUIRE GLI OROLOGJ SOLARI.

158. L'orlogio solare è una superficie *orizzontale*, o *verticale*, sulla quale si conducono un certo numero di li-

nee che si chiamano *linee orarie*, perchè per mezzo della coincidenza dell' ombra di una verga metallica, che dicesi *stilo* o *asse*, si vengono a conoscere le diverse ore del giorno. Se la superficie è orizzontale chiamasi *orologio solare orizzontale*; se verticale si chiama *orologio solare verticale*.

L' invenzione degli orologj solari si attribuisce ad Anassimandro, ma si crede più antica, poichè si parla di uno di questi strumenti nella Bibbia sotto il regno di Achaz, cioè 775 anni prima dell'era volgare. *Et ait Ezechias: facile est umbram crescere decem lineis nec hoc volo ut fiat sed ut revertatur retrorsum decem gradibus.* (Libro IV. de' Re, cap. 20. v. 10). Comune era l'uso di essi in Grecia al tempo d' Eudossio, ma i Romani non lo conobbero che assai più tardi. Il primo che si vide in Roma fu costruito a cura di Papirio Cursore 306 anni prima di Gesù Cristo.

159. Per costruire un orologio solare sia orizzontale, o verticale è necessario che l' operatore conosca due cose. Primo la *latitudine* del luogo ove deve formare l' orologio solare; secondo la *Meridiana*, cioè la linea del mezzogiorno dello stesso luogo. Riguardo al primo si ha da' dizionarj geografici, dalle carte geografiche o d'alcune tavole su quest'oggetto, ed io come può vedersi al (§. 202) dò un metodo approssimativo sì, ma sufficiente per trovarli sulle carte geografiche; adduco ancora infine una tavola colle latitudini di alcune città dell' Italia. Riguardo alla seconda darò ora il metodo per determinarla.

160. Il metodo più semplice (Fig. 111) per determinare la meridiana di un luogo qualunque è il seguente. Si scelga un piano perfettamente orizzontale, il quale essendo mobile vi si porrà col livello ordinario; si fissi un punto O qualunque sopra di esso, e fatto centro in questo con raggio arbitrario si descrivano due o più circoli, benchè sarebbe sufficiente un solo, ma non esattissimo. Nel centro si fissi una verga di metallo esattamente perpendicolare al piano, e dell'altezza di qualche pollice. Si osservino i punti d' intersezione dell'ombra dell'estremità della verga, coi circoli descritti segnandoli col lapis, e siano questi punti b, g, h, d; si dividano per metà gli archi bd, gh, e siano questi a, e, f, conducendo una linea che passi pel centro O e pei punti e, f, sarà la linea ac la meridiana del luogo,

di modo che quando l'ombra della verga si troverà su questa linea saranno le ore 12 dello stesso luogo.

161. Abbiamo detto che l'orologio solare può essere orizzontale e verticale. Daremo in primo luogo la costruzione grafica dell'orologio orizzontale. Sia pertanto un piano qualunque perfettamente in livello (Fig. 112); sopra di esso fatto centro in A ed innalzata normalmente una verga metallica si determina la linea Meridiana AD (§. 160) e nel medesimo punto si faccia l'angolo DAB di tanti gradi quanti sono i gradi della latitudine del luogo; si prenda ad arbitrio un punto B sulla linea AB e s'innalzi sopra di esso in quel punto una normale BC che taglierà le linea Meridiana nel punto C. Si conduca una linea MN indefinita che passi pel punto C, normalmente alla Meridiana AD. Questa linea dicesi *equinoziale*, cioè la linea che descrive l'ombra dell'estremità dello stilo nel tempo degli Equinozj. Si trovi il punto D per mezzo della distanza CD, presa uguale alla CB, e con questo raggio col centro in D si descriva il semicircolo ECF; si divida in dodici parti eguali (§. 18) e si conducano dal centro le linee che passino per queste divisioni e vadano ad incontrare la MN e saranno DM, DIX, DX, DXI, DXII, DI, DII, DIII, DN. Dal centro A si conducano ai punti d'intersezione le linee AM, AIX, AX... AIII, AN, queste saranno le linee orarie che s'indicheranno co'numeri Romani come si vede dalla Figura. Volendo poi anche le mezze ore dovrà dividersi il semicircolo in ventiquattro parti eguali; e se anche si desiderassero le linee dei quarti d'ora basterà dividere il semicircolo ECF in 48 parti e conducendo le linee che dal centro passino per le intersezioni del semicircolo e vadano all'incontro dell'equinoziale si avranno su d'essa tanti punti che uniti col centro A dell'orologio saranno queste le linee dei quarti, della metà e dell'intere ore. Basterà per numerarle cominciare dalla linea Meridiana che dà le ore 12, e per una parte segnando progressivamente 1/4, 1/2, 3/4, I, I 1/4,.. e dall'altra XI 3/4, XI 1/2, XI 1/4, XI.... Lo stilo poi và situato normalmente sul punto Z determinato dalla normale abbassata dal punto B sulla AC, ed eguale la sua lunghezza alla BZ l'ombra dell'estremità di questa, passando successivamente sulle linee orarie, darà le ore corrispondenti del

giorno; se si volesse che le ore fossero determinate per l'intiera ombra di uno stilo che si aggiri attorno al punto A, basterà unire per mezzo di altro stilo l'estremo B col punto A, e questo AB che dicesi stilo obbliquo indicherà coll'intera sua ombra le diverse ore del giorno.

162. Volendo dare all'orologio solare orizzontale una forma simile alla mostra comune degli orologj da tasca si opererà nel modo seguente. Si faccia centro nel punto A, centro dell'orologio e si descrivano i due circoli che vedonsi nella (Fig. 113), segnando nello spazio compreso da questi le ore corrispondenti per mezzo dei numeri romani, ai raggi che si trovano già descritti AXII, AI, ... lasciando descritti i raggi delle ore prossimamente vicino al primo circolo, ed a metà, lasciando le linee delle mezze ore, togliendo poi tutte le altre linee di costruzione, cioè il semicircolo, le linee condotte per le divisioni del medesimo ec. rimarrà in tutto e per tutto un orologio solare orizzontale simile alla (Fig. 113).

163. L' *Orologio verticale* si suol descrivere sopra le facciate esterne delle case, purchè siano perfettamente verticali e piane. Queste poi possono guardare esattamente il polo Nord, o tramontana, e l'orologio sopra esse descritto dicesi *orologio verticale settentrionale*, ed indica poche ore la mattina e poche la sera. Se la facciata guarda esattamente il polo Sud, l'orologio descritto su d'esse chiamasi *orologio verticale meridionale*, ed il tempo più lungo che quest'orologio possa indicare è dalle sei della mattina fino alle sei delle sera, e ciò accade nel tempo degli Equinozj. Dopo l'equinozio d'autunno il sole si alza dopo le sei, e tramonta prima, percuote sempre il piano dell'orologio per tutto il tempo che sta sull'orizzonte. Dopo poi l'equinozio di primavera il sole si alza prima delle sei, ma non percuote l'orologio se non dopo le sei; lasciandolo sempre prima delle sei della sera. Se la facciata della casa su cui deve descriversi l'orologio è rivolto perfettamente all'Oriente; l'orologio descritto chiamasi *orientale*, e se all'Occidente dicesi *occidentale*, il primo non dà le ore che antimeridiane, cioè dalla levata del sole fino al mezzogiorno; il secondo poi dà le ore pomeridiane, cioè dal mezzogiorno al tramonto del sole. Ma però non sempre le facciate dei

fabbricati sono esattamente volte ai quattro punti cardinali, ma fanno un angolo qualunque col piano verticale meridionale; se quest'angolo è rivolto ad oriente l'orologio sopra questa facciata descritto chiamasi *orologio orientale declinante;* e se l'angolo guarda l'occidente, dicesi *orologio occidentale declinante.* Essendo questo il caso più comune daremo primieramente il metodo per descrivere gli orologj solari sopra un muro verticale declinante, in secondo luogo di un orologio meridionale; e finalmente il metodo per gli orologj orientali ed occidentali.

164. Volendo descrivere un orologio solare sopra un muro verticale declinante (§. 163), cioè comunque inclinato all'oriente o all'occidente si osservi primieramente se il piano su cui deve descriversi sia perfettamente verticale; e si ponga vicino a questo una meridiana orizzontale trovata nel modo detto al (§. 160). Dopo tutto ciò si operi nel modo seguente. Si scelga un punto qualunque Z (Figura 114) sul piano fissato per descrivere l'orologio ed in esso si pianti uno stilo di ferro normale al piano medesimo; ed a tal uopo può servire la squadra de' falegnami; si osservi il mezzodì che segna lo stilo della meridiana orizzontale e nel medesimo tempo si marchi sul piano verticale l'estremità dell'ombra dello stilo in esso piantato, e sia questo estremo il punto H; mediante un filo a piombo che passi sul punto H si conduca la linea AH che sarà la meridiana dell'orologio che si vuole, o in altro modo sarà la linea delle ore 12 di quel luogo; sul punto Z si conduca la linea MR che sia normale all'AH o in altro modo che sia orizzontale, ciò che può ottenersi coll'archipendolo da muratore, e la linea NZ parallela all'AH ed eguale alla lunghezza dello stilo, si unisce il punto N col punto G per mezzo della linea NG, si prenda BG uguale alla NG e nel punto B si formi l'angolo GBA di tanti gradi quanti sono i gradi della latitudine del luogo, taglierà la linea BA la meridiana in un punto, p. es. A, questo sarà il centro dell'orologio; si elevi all'estremo B sulla linea AB la normale BC che taglierà sul punto C la Meridiana; si conduca la AD che passi pel punto Z e sopra di questa normalmente dal punto C si abbassi la CE; sarà questa la linea equinoziale, cioè la linea descritta dall'ombra dell'estremità dello

stilo nel tempo degli Equinozj. Si faccia centro nel punto C e coll'apertura del compasso uguale BC si tagli dall'altra parte la linea AZ nel punto p. es. D; cambiando centro da C, facendolo in D, collo stesso raggio si descrive un circolo abcd... si divida questo in ventiquattro parti eguali cominciando la divisione dal punto C e siano Cc, cd, dc, Cb, ba; dal centro si conducano ai punti a, b, C, c..f, i raggi Da, Db, DC.... e si marchino le intersezioni di questi raggi o del loro prolungamento colla linea equinoziali QE e siano i punti Q, m, C, r, q, O, g, dal punto A si conducano delle linee a questo punto, che saranno le linee orarie che s'indicheranno co' numeri romani X, XI... cioè le linee AX, AXI, AXII. AI, AII... Le ore saranno indicate dalla coincidenza dell'ombra dell'estremità dello stilo colle linee orarie. Se poi si volessero determinate le ore da una intiera ombra che si aggiri intorno al punto A basterà unire l'estremità dello stilo normale col punto A per mezzo di altro stilo e la coincidenza dell'ombra di questo stilo obbliquo colle linee orarie indicherà le diverse ore del giorno. Fatte tutte queste costruzioni si lasceranno descritte sul piano tutte le linee orarie e la linea equatoriale, togliendo tutte le altre che sono servite per le costruzioni. Si può dare poi all'orologio una forma rettangolare, scrivendo alle intersezioni delle linee orarie coi lati del rettangolo le respettive ore coi numeri romani. Se l'ombra dello stilo al mezzodì cadrà dalla parte sinistra di chi vede, indica che il piano è declinante verso occidente, se poi dalla dritta, sarà declinante verso oriente. La misura dell'angolo NGA darà la declinazione del piano al perfetto mezzodì. Tutte le volte poi che fosse troppo incomodo costruire l'orologio solare sul piano del fabbricato, basterà prendere la distanza GZ sul muro riportandola sulla carta, e facendo sopra questa tutte le dette costruzioni, trasportandole poi sul luogo stabilito col debito modo.

165. Volendo segnare sulla meridiana i diversi punti corrispondenti alle dodici costellazioni si opererà nel modo seguente. Si prenda particolarmente il triangolo ABC (Figur. 115) e tanto da una parte che dall'altra si conduca una linea che formi colla linea BC un angolo di undici gradi e mezzo e sian queste BO, BD che taglieranno la

meridiana nei punti D, O; così ancora nello stesso modo una linea che formi con BC un'angolo di venti gradi e un sesto e siano le linee BM, BN, che taglieranno la meridiana nei punti M, N; finalmente nella stessa guisa si conduca una linea da una parte e dall'altra della BC che faccia con essa un angolo di ventitre gradi e mezzo e siano BR, BF, che taglieranno la linea meridiana nei punti R, F avuti questi punti per mezzo delle linee condotte col semicircolo graduato facilmente col compasso si potranno riportare sulla linea meridiana AXII della (Fig. 114) e ai lati di questi punti si descriveranno i segni come vedesi:

Dell' Ariete, Toro, Gemelli, Cancro, Leone, Vergine, Libbra, Scorpione, Sagittaro, Capricorno, Aquario, Pesci. descrivendoli col seguente ordine cominciando dal punto C a dritta al suo lato o al fine della linea equatoriale si descriva il segno dell' *Ariete* ed al disotto a dritta al punto O *Toro*, di sotto *Gemelli* e sul punto F *Cancro*, a sinistra della linea medesima al punto N *Leone*, di sopra *Vergine* e così progredendo sopra a sinistra del punto C *Libbra*; o a sinistra sul prolungamento della linea equatoriale; a sinistra del punto D *Scorpione*, a sinistra del punto M *Sagittaro*, sul punto R *Aquario*, a dritta del punto M *Pesci* insomma in tutto e per tutto come vedesi dalla figura.

166. Passiamo ora a vedere come si descrive un *orologio meridionale* cioè come si descriva l'orologio solare sopra un muro verticale esattamente rivolto a Mezzogiorno. Sia A il centro dell'orologio che si vuol descrivere si conduca col filo a pendolo la linea AH che sarà la meridiana, si formi l'angolo BAH complemento (§. 3) dell'angolo di latitudine cioè di tanti gradi quanti cioè ne mancano all'angolo della latitudine per formare 90°. Si prenda un punto B sulla linea AB e sopra questa si elevi la normale BG che taglierà la linea Meridiana AH nel punto G si prenda GH eguale BG e fatto centro nel punto H si descriva il semicircolo CGh e si divida in dodici parti eguali gh, gf, fd.. Pel punto G si porti Ge normale alla Meridiana AH e dal centro H si conducano i raggi alle divisioni g, h, d... che prolungati incontreranno la linea equinoziale ne' punti r, a, c, e,..... Congiunto il punto A per linee rette coi punti d'intersezione dei raggi colla linea equatoriale saranno que-

ste le linee orarie che s'indicheranno come si vede dalla (Fig. 116) a sinistra progressivamente numeri XI., X., IX. . . . . ed a diritta I., II., III. . . . lo stilo normale avrà il suo piede nel punto Z lungo quanto ZB il quale coll'ombra della sua estremità indicherà le ore; e lo stilo obliquo avrà il suo estremo nel punto A e l'altro sull'estremo dello stilo normale; questo nuovo stilo colla coincidenza della sua ombra sulle linee orarie indicherà le diverse ore del giorno.

167. Vediamo finalmente come possa costruirsi un orologio solare sopra una facciatta esposta esattamente ad Oriente o ad Occidente; ciò che dà il nome all'orologio di *orientale* ovvero *occidentale*. Come ognun vede questa specie di orologi sono sopra piani situati sulle asse cioè sulla direzione dello stilo degl'orologi meridionali, e declinanti e quindi non potranno ricevero l'ombra di essa, è necessario perciò porre quest'asse fuori del piano, e ad esso parallelo. Per costruire adunque questi orologj giacchè la costruzione è la stessa in ambedue i casi si opererà como siegue: Si prenda a piacere un punto M sul detto piano, e si conduca una linea orizzontale indefinito MN (Fig. 117) e nel punto M si faccia l'angolo NMG uguale all'angolo di complemento della latitudine del luogo; cioè di tanti gradi quanti ne mancano all'angolo della latitudine per formarne 90. Si prenda sulla retta GM un punto a piacere R ed in esso normalmente si eleverà una verga o *falso stilo* di una lunghezza di alcuni pollici; pel punto R si conduca AB normale alla linea GM che rappresenterà l'asse del Mondo e si prenda AR uguale RB; all'estremità del falso stilo situata fuori del piano si unisca altro stilo o s'intenda quello stesso ripiegato lungo e parallelo quanto AR questo sarà il vero stilo che per mezzo dell'ombra della sua estremità si conosceranno le ore della mattina o della sera, cioè antimeridiane o pomeridiane: Pel punto A si condurrà AF parallela alla GM che sarà l'equinoziale, e fatto centro nel punto R col raggio AR si descriva il circolo AQB, si divida la sua metà inferiore in parti dodici e condotti dal centro i raggi a queste divisioni, prolungati fino alla linea equinoziale AF si avranno i punti 3, 4, 5, 6, 7, 8...... e condotti a que-

ste linee parallele all'asse AB saranno queste le linee orarie che si numereranno come vedesi dalla (Fig. 117) cioè le ore 6 le darà la linea AB e di mano in mano come si vede dalla medesima, se l'orologio è orientale servirà dalla linea AB a destra cioè dalla linea delle ore sei fino alla linea delle ore 12; se è occidentale servirà la parte sinistra della stessa linea cioè dalle linee delle dodici fino a quelle delle sei.

168. Parlando della costruzione degli orologi solari, credo io essere cosa indispensabile dover parlare del *tempo vero* e del *tempo medio*. Imperocchè se si pone un buon orologio da tasca col mezzogiorno di una buona meridiana verso la metà di Aprile, si vedrà dopo pochi giorni che le ore 12 meridiane del buono orologio non si accorderanno colle ore 12 meridiane dell'orologio solare; a prima vista si attribuirebbe l'errore all'orologio da tasca, e non a quello solare, quando poi deve attribuirsi piuttosto a questo, attesochè ciò accade per l'irregolarità del moto del sole che a tutto rigore non è l'esatta misura del tempo. Così nel decorso dell'anno si vedrà che le ore 12 del buono orologio da tasca ora precedono, ora sieguono, ed ora combinano colle ore 12 dell'orologio solare. Si è stabilito perciò di chiamare *tempo vero* le ore indicate da un buon orologio solare, e *tempo medio* le ore che vengono date da un buon orologio da tasca, o da un buon orologio a pendolo. Per vedere poi di quanto le ore 12 meridiane dell'orologio da tasca precedono o sieguono le ore 12 dell'orologio solare vi sono delle tavole che contengono tutti i mesi e giorni dell'anno colle rispettive differenze fra un buon orologio ed il sole, quando questo trovasi al meridiano. Ma non volendo ricorrere alla tavola, desiderando cioè di verificare sull'orologio solare la regolarità dell'orologio da tasca, basterà costruire sullo stesso piano dell'orologio solare due meridiane, cioè quella del *tempo vero* e quella del *tempo medio*.

169. Per descrivere sopra lo stesso piano ove si è disegnato l'orologio la *meridiana del tempo medio* dovrà operarsi nel modo seguente. Supposto, come si è detto, sia già descritto l'orologio solare esisteranno sul piano le linee (Fig. 118) MR, AB, BC, e le linee AXI 3/4, AXII 1/4 che indi-

cano un quarto prima, e dopo le ore 12, e la equatoriale EQ; si dividano i due spazi PC e CL (i quali si prendono da me più grandi di quello che dovrebbero esserlo se fossero messi in proporzione per conoscere bene le divisioni) in quindici parti eguali aggiungendone una di più dopo il punto L, cioè LA si conducano dal punto A per questi punti le diverse linee che si vedono condotte nella Figura; esprimeranno queste 15 minuti prima del mezzogiorno, e 16 minuti dopo. Ciò fatto si prenda il semicircolo graduato, ma che si possano avere non solo i gradi, ma per approssimazione anche i minuti primi, e si ponga col centro in B, e col suo raggio coincidente colla BA pel grado 90°, è certo che passerà la BC ch'è normale alla BA: al di quà ed al di là della BC si conducano due linee che ciascuna vi faccia l'angolo di 5°,55', e saranno gli angoli CBh, CBc, parimenti si conducano le linee che facciano colla BC l'angolo di 11°,29', e saranno questi CBd, CBe; nello stesso modo si conducano le linee fB, gB formanti ciascuna colla BC l'angolo di 16°,21' si otterranno così gli angoli CBf, CBg; così ancora le linee hB, iB che facciano colla BC un angolo ciascuno di 20°,11'; parimenti le linee kB, lB formando ciascuna colla BC un angolo di 22°,38'; e finalmente le due linee mB, nB che facciano colla medesima BC un angolo ciascuna di 23° e 28'. Come chiaramente può vedersi dalla Fig. 118 si avranno sulla meridiana le intersezioni ne' punti m, k, h, f . . . . per essi si conducano tante linee, per quanti sono i punti, parallele alla equinoziale PL, e cominciando dal punto inferiore n si segni un punto a sinistra distante dal punto m di un minuto primo o tre secondi; passando poi al punto l, a sinistra e a dritta si marcheranno due punti a distanza dal punto l segnate di quà e di là delle linee parallele alla equatoriale, cioè a sinistra quattro minuti primi e sei secondi, a dritta minuti primi due, e minuti secondi sei, e così di seguito prendendo di quà e di là della meridiana sulle linee parallele all'equatoriale distanze eguali alle indicate lateralmente. facendo passare poi per tutti i punti marcati sulle suddette linee una curva; questa avrà la figura di un otto, e sarà la meridiana del tempo medio, ed attorno della medesima nel modo che chiaramente vedesi dalla Figura, si scrivano

lateralmente i segni zodiacali rappresentanti le dodici costellazioni dette al (§. 165).

170. Quel piano che serve per indicare le ore per mezzo dell' ombra di uno stilo dato per il sole, può servire ancora per indicare le ore coll' ombra dello stilo prodotta dalla luna. - Si noti l' ora che nel momento indica l'ombra dello stilo dato per mezzo della luna, e si sommi coi 3/4 del numero che esprime i giorni trascorsi dalla sera dell' osservazione al giorno del novilunio; dal risultato prendendo il numero al disopra delle 12 se lo supera, ciò esprimerà prossimamente l' ora cercata; se poi non supera il num. 12, la somma detta di sopra sarà l' ora che si voleva.

MISURA DELLE VOLTE

171. Svariatissime sono le forme che soglionsi dare alle volte, ma sempre però poco dissimili fra loro, avvegnachè o sceme, o acute, o semicircolari, o ellittiche partono sempre dai medesimi principj. Le volte si distinguono in cuppole, vele, catini, crociere, schifi ed altro.

172. Per avere primieramente il solido di una volta qualunque, sarà necessario averne prima la superficie, e quindi moltiplicata questa per la grossezza media; stantechè le volte sono di maggior grossezza nella imposta, e minore nella cima o vertice; si otterrà la solidità richiesta. Ciò premesso parleremo degl' archi a tutto sesto per cominciare da questi a formarsi una giusta idea del solido delle volte.

173. Sia (Fig. 119) ABC un arco a tutto sesto di raggio DG di larghezza GC; per averne la superficie si prenderà la semicirconferenza media fra le due ABC, EFG moltiplicata per la larghezza GC dell' arco. Volendo poi la solidità del medesimo basterà moltiplicare la superficie dell' arco per la sua grossezza.

Esempio.

Sia l' arco ABC del diametro AC palmi 14, l'arco EFG il diametro del quale siano palmi 10, sommandoli avremo 24, di cui la metà è 12, cioè sarà il diametro della semicirconferenza media fra le due descritte. Trovato il diame-

tro facilmente si ha la circonferenza (§. 81.); moltiplicandolo per 3 1/7 avremo adunque

```
                 12
                  3 1/7
                 -----
                 36
                  1 5/7
                 -----
circonferenza media      37 5/7
semicirconferenza        18 6/7
```

che moltiplicandola per la larghezza GC, cioè palmi 3 avremo

```
18 6/7
 3
-----
54
 2 4/7
-----
56 4/7
```

superficie dell'arco a tutto sesto ABC. Volendo poi dello stesso arco la solidità dovrà moltiplicarsi la superficie 56 4/7 per la grossezza che supporremo essere di palmi 4, ed avremo

```
 56 4/7
  4
 -----
224
  2 2/7
 -----
226 2/7
```

palmi cubi solidità richiesta.

Se poi l'arco non fosse a tutto sesto si opererà in un modo simile trovando cioè l'arco medio moltiplicandolo per la sua larghezza se si vuole la superficie, e questa moltiplicandola per la grossezza dell'arco darà la solidità richiesta.

174. Sia la volta a vela un involucro di un emisfero; ciò si vedrà chiaramente dalla (Fig. 120.), e perciò conoscendo come si è veduto ai (§§. 58. 59.) il modo di prendere la superficie di un segmento di sfera, o dell'intera sfera medesima facilmente si potrà prendere la superficie di una volta a vela. Che sia così si vede come ho detto dalla (Fig. 120); imperocchè essa rappresenta un emisfero di cui FANBCDO è un circolo massimo, da questo

tolti i quattro mezzi segmenti GAFE, ANBM, HBCD, EODQ i quali sono eguali fra loro, rimarrà la superficie della volta. Ciò può vedersi ancora da una sezione della medesima FGHC (Fig. 121), nella quale GFE è la sezione della metà del segmento sferico GAFE, ed HDC dell'opposto (Fig. 120) HBCD. Misurando la linea AD si verrà a conoscere la distanza AR cioè il raggio, e per conseguenza FP ch'è tutto il raggio FR tolta la misura PR, ed in tal guisa si avrà l'altezza del segmento sferico; cognito il quale si è veduto al (§. 59) come se ne deve prendere la superficie.

175. Nello stabilire i diametri o corde delle volte dovrà avvertirsi sempre di aggiungervi la media grossezza, poichè ognun sà che l'estradosso di una volta sviluppa una superficie maggiore dell'intradosso, ed è perciò che per avere lo sviluppo medio tra queste due superfici conviene aggiungere ai raggi o diametri una grossezza che equivale alle due grossezze laterali, così p. es. se la volta avesse un'imposta di palmi due; essendo il diametro in luce di palmi 10 compresa l'imposta saranno palmi 14, e quindi il diametro medio fra i 14 del diametro dell'estradosso e i 10 dell'intradosso sarà di palmi 12.

Esempio.

Volendo adunque la superficie di una volta a vela, sia il diametro medio fra l'estradosso e l'intradosso di palmi 36, sarà la superficie dell'intera sfera (§. 58.) palmi quadrati 4073 1/7, cioè quattro volte la superficie di un circolo massimo; 2036 4/7 sarà la superficie dell'emisfero. Ed avendo trovato la lunghezza PR di palmi 12, sarà l'altezza del segmento palmi sei. Si è veduto al (§. 59.) come cognita l'altezza del segmento sferico se ne possa avere la

superficie, che si ottiene moltiplicando la circonferenza del circolo massimo per l' altezza del segmento, ed avremo

36
3 1/7
———
108
5 1/7
———
113 1/7 circonferenza del circolo massimo, che moltiplicato per l'altezza del segmento 113 1/7
6
———
678 6/7 sarà la superficie del medesimo, raddoppiando questo prodotto
678 6/7
2
———
1356
1 5/7
———
1357 5/7 il quale risultato esprimerà la superficie de' quattro mezzi segmenti sferici che debbono togliersi dalla superficie dell'emisfero, cioè si avrà
2036 4/7
1357 5/7
———
678 6/7 palmi quadrati superficie richiesta della volta a vela.

176. Sia il cilindro retto AGBF, venga questo tagliato con un piano che passi pel diametro DC formando coll'asse DO un angolo, anderà in un punto E della superficie convessa del cilindro o alla sua estremità F; si avranno per sezioni CFDE, CGDF che si chiamano *ungule cilindriche*. Per averne la superficie si moltiplicherà la metà della semicirconferenza CGD per la lunghezza GE ovvero GF, o in altro modo si moltiplicherà la quarta parte del diametro DC per 3,1/7, ed il prodotto moltiplicato per la lunghezza GE o GF darà la superficie richiesta.

Esempio.

Sia il diametro (Fig. 123) DF palmi 16 la lunghezza GE palmi 18, si avrà la quarta parte del diametro, cioè

	4
per	3 1/7
	12 4/7
per la lunghezza	18
	96
	12
	10 2/7
	226 2/7 superficie richiesta (1).

177. Le volte a crociera si compongono di quattro lunette della forma che vedesi dalla (Fig. 123), queste possono essere piantate o sopra una camera quadrata, o rettangolare. Queste volte, come si è detto, si compongono di quattro lunette della (Fig. 123), le quali saranno uguali se la camera è quadrata, ed uguali due a due le opposte se la camera sarà rettangolare. La superficie di una volta a crociera piantata sopra una camera quadrata si otterrà col trovare la superficie di una lunetta moltiplicandola per quattro; il prodotto sarà ciò che si vuole; che se la camera sarà rettangolare si troveranno le superfici di due lunette una della larghezza, e l'altra della lunghezza della camera prendendo il doppio della somma di questi risultati si otterrà la superficie della volta a crociera piantata sopra la camera rettangolare.

178. È necessario adunque dare il metodo per trovare la superficie di una lunetta. Questa può essere fatta o sopra un semicircolo, o sopra un arco ottuso o acuto di una semiellisse. Sia in primo luogo fatta la lunetta sopra un semicircolo (Fig. 123) si misurino le linee OG e GE, cioè dal vertice dell'angolo al centro della volta. Per avere la superficie della lunetta si sommi la lunghezza OG colla

(1) Si è presa la figura della lunetta per brevità, ma si avverte che l'angolo non finisce nel punto E in quel modo.

sua settima parte, ed il risultato moltiplicato per la lunghezza GE darà la superficie richiesta (1).

Esempio.

Sia la lunghezza OG palmi 3. DG palmi 6. GE palmi 3, 3 oncie, avremo prendendo il settimo di 3, ed aggiungendolo alla OG 3 3/7
per 3 3/12 cioè

```
      3 3/7
per   3 1/4
      -----
      9
      1 2/7
        3/4
        3/28
      -----
     11 1/7
```

11 1/7 superficie richiesta.

179. Sarà cosa utilissima di dare il metodo per trovare la lunghezza di un'arco data la sua corda AB (Fig. 31), e la sua altezza. Si ritrovi il diametro del circolo di cui è parte; ciò che si otterrà nel modo seguente; si prenda la metà della corda AB e si moltiplichi per se stessa, dividendo il prodotto per la lunghezza dell'altezza dell'arco; cioè della normale elevata sulla metà della corda e portata fino all'arco. Ottenuto questo quoto gli si aggiunga l'altezza stessa dell'arco, il risultato sarà l'intero diametro. Trovato il diametro si trovi la lunghezza del semicircolo (§. 31.) e si misuri l'angolo ACB e si faccia una proporzione se 180 gradi danno un semicircolo della lunghezza trovata; i gradi dell'angolo ACB qual lunghezza daranno per l'arco AB? Moltiplicando adunque il numero dei gradi dell'angolo ACB per la lunghezza del semicircolo e dividendo questo prodotto per 180.° si otterrà la lunghezza dell'arco AB.

Esempio.

Sia la corda AB lunga metri otto e la normale elevata sulla metà della corda all'arco; cioè la sua altezza siano Metri due. Saranno Metri 4 metà della corda che

(1) Credo bene di avvertire il Lettore che le superfici delle volta non si possono ottenere che con approssimazione, per cui se alcuno avesse de' metodi più approssimativi intendo di preferirli ai metodi che si adducono da me.

moltiplicata per se stessa darà 16 dividendo questo prodotto per l'altezza dell'arco cioè 2 avremo M. 8. a questo quoto si aggiunga l'altezza stessa 2 ed avremo - 10 - M. questo sarà il diametro del circolo di cui l'arco AB n'è parte. Se il diametro è dieci.

10
3 1/7
———
30
1 3/7
———
31 3/7

sarà la circoferenza; 15. 5/7 sarà la semicirconferenza. Supposto poi l'angolo ACB di grado 63 avremo la seguente proporzione $180^\circ : 15.\ 5/7 = 63^\circ : x$.
cioè se 180° gradi dà una lunghezza di Metri 15. 5/7; gradi 63 qual lunghezza daranno? ed avremo

63
15 5/7
———
315
63
45
———
990 | 180
90 | 5 1/2

dunque Metri cinque e mezzo sarà la lunghezza dell'arco AB. Intendo sempre per approssimazione. Ma intanto ognuno può vedere che come 63 è quasi la terza parte di 180 gradi così 5 ½ è circa la terza parte della lunghezza della semicirconferenza cioè di 15. 5/7.

180. Non sarà meno utile dare il metodo per ritrovare la metà della lunghezza della circonferenza dell'Ellisse dato il diametro maggiore, ed il minore. Per ottenerli si sommino i due diametri; la metà della detta somma si moltiplichi per 1571 il prodotto sarà la cercata lunghezza.
———
1000

Esempio.

Sia una ellisse che abbia il diametro maggiore Pal-

mi 24 ed il minore Palmi 18 per avere la lunghezza della metà della circonferenza si sommano i due diametri e si avrà 42 Palmi di cui la metà saranno Palmi 21 moltiplicando per 1571 si opererà così: si farà il prodotto di
———
1000

1571
per 21
1571
3142
32991

separando a dritta per mezzo di una virgola tre cifre essendo tre i zeri del denominatore: Avremo

Palmi 32, 991 millesimi

Semicirconferenza dell'ellisse proposta.

181. Volendo adunque misurare la superficie di una volta a crociera di cui le lunette siano fatte sopra un'arco qualunque; trovata come si è detto di sopra la lunghezza dell'arco si moltiplichi per la sua altezza e dal prodotto si sottragga il prodotto del raggio OG per l'altezza GE della lunetta il residuo preso otto volte darà la superficie richiesta.

182. La superficie di una volta a botte o sia ABC un semicircolo, o un'arco di cerchio (Fig. 127.) o una semiellisse si moltiplicherà la lunghezza dell'arco per la distanzà BE della volta; la lunghezza poi dell'arco ABC si troverà nel modo indicato ai (§§. 179. 180) (1).

183. La volta a cielo di carrozza è formata da otto semiungule DCE (Fig. 124.) può essere o sopra un'arco semicircolare, o semiellittico; Se semicircolare si prenda la superficie di una semiungula DGE la quale moltiplicata per otto darà la superficie richiesta. Si otterrà poi la superficie DGE della semiungula *moltiplicando la metà dell'altezza DO della volta presa dall' imposta EC per la lunghezza EG metà del lato EC.*

(1) N. B. Non parlo mai del modo di prendere la solidità di ciascuna volta giacchè credo che di ciò abbia detto abbastanza. (§. 172).

184. Se poi la volta essendo fatta sopra un quadrato e ad arco semiellettico; si sommi la lunghezza della metà della base dell' arco, con la lunghezza della sua altezza (1). Questa somma si moltiplichi pel numero 355 la somma che risulta si divida per 113 il quoto che si ottiene si divida per metà, e ciò che viene si moltiplichi per se stesso: questo ultimo quoto esprimerà prossimamente la superficie richiesta.

Esempio.

Sia una volta a cielo di carrozza ad arco semiellettico. Sia la base dell' arco di Palmi 18 e la sua altezza di Palmi 6 avremo Palmi 9 metà della base che sommato coll' altezza 6

Darà 15

si moltiplichi questa somma per 355 avremo 355
15

1775
355

5325 | 113
805 47 14/113
14

Prendendo la metà di 47 14/113 avremo 23 127/226 che potremo dire prossimamente 23 1/2 moltiplicando questo risultato per se stesso

23 1/2
23 1/2

69
46
11 1/2
11 1/2
1/4

Avremo 552 1/4 Palmi quadrati superficie richiesta.

185. Se la camera fosse di pianta rettangolare è chiaro

(1) La quale altezza si prenda come ho detto al (§. 179) colla normale elevata sulla metà della corda o base fino alla curva.

che la volta (Fig. 125) sarà ripartita come sopra in otto semuingule BNL, LNO, ONK, KNC, HDM, EHM, MEI, IMA, e di una mezza botte BNCAMD; si prenda la superficie di questa (§. 182) e di una semiungula (§§. 183. 184) che moltiplicato per otto ed aggiunto alla superficie della mezza botte darà la richiesta.

186. Le volte a catino essendo metà di una ellissoide tagliata o per l'asse maggiore, o pel minore sarà facile averne la superficie, avendo già dato il metodo, per avere la superficie dell'ellissoide (§. 65).

187. Avendo una volta a schifo come vedesi chiaramente dalla (Fig. 126.) si otterrà l'intera superficie nel modo seguente — prendendo la metà della somma dei perimetri del rettangolo o quadrato abcd, ed argh e moltiplicandola per la lunghezza dell'arco bf ed aggiungendo questo prodotto alla superficie della figura rettilinea abcd.

Esempio.

Sia il lato ac — Palmi lineari 15
il lato dc — „ 7
il lato eg — „ 30
il lato gh — „ 14

sarà l'intero perimetro
di abcd Palmi — 44 —
di egho Palmi — 88 —

Somma 132
Metà 61

supponendo che l'arco bf sia lungo Palmi 5 si avrà
61
5
305 — Palmi Q.

La superficie poi di abcd si otterrà essendo nn rettangolo
15
7
105 } aggiungendo questi ri-
305 } sultati

la superficie totale 410 Palmi quadrati.

MISURE AGRIMENSORIE.

188. Ho detto in proposito della catena che questa può essere divisa in *canne, metri,* e *stajoli;* di più dissi che le superfici delle campagne si misurano per mezzo di essa; dissi ancora parlando delle superfici, che per conoscere la grandezza superficiale si vedeva quante volte il quadrato unità di misura entrava nella detta superficie; nelle campagne però, di cui l'estensione in genere è non piccola e qualche volta grandissima, si riferisce la superficie ad altra già riferita all' unità principale: p. es. la superficie delle vigne, orti ec. si riferiscono alla *pezza,* la quale è già calcolata relativamente al quadrato dell' unità di misura; così ancora le superfici delle campagne, cioè prati ec. si riferiscono al *rubbio,* superficie anche questa riferita, e paragonata col quadrato unità di misura. Siccome poi le vigne, orti, campagne non saranno un numero intero di rubbi, di pezze, cioè non essendo sempre un nnmero tre, quattro . . . di rubbi o pezze, quindi è che si è procurato di avere delle divisioni del rubbio e della pezza tali che siano divisibili per due, quattro; poichè é cosa più facile incontrarsi ad avere p. es. un numero di rubbi o pezze, e *mezzo,* e *tre quarti;* perciò il

Rubbio si divide in quattro
Quarte, e questa in quattro
Scorzi, ed anche questo in quattro
Quartucci. La
Pezza anch' essa in quattro
Quarte, e ciascuna quarta in quaranta
Ordini.

Il rubbio e la pezza sarebbero come le parti intere delle superfici di campagna; quarte, scorzi, quartucci, ordini sarebbero come parti frazionarie; ciascuna poi di queste si riferisce ad un numero il quale esprime quante volte il quadrato dell' unità di misura p. es. il metro quadrato, lo stajolo quadrato, la canna quadrata entra nel rubbio, nella pezza, quarta, scorzo, quartuccio, ordine.

189. Ognun vede però che essendo dato il numero dei quadrati canne, metri, stajoli del rubbio e della pezza, facilmente si ottiene il numero dei quadrati canne . . . delle

quarte, scorzi . . . Così p. es. essendo il rubbio stajoli quadrati 11200, sarà la quarta staj. quadr. 2800, cioè la quarta parte; così ancora essendo la pezza stajoli quadrati 1600 sarà la sua quarta staj. quadr. 400, e così di seguito.

190. Ecco la tavola dei numeri esprimenti quante quadrate canne, stajoli, metri formino il rubbio, la pezza, la quarta ec.

	STAJOLI QUADRATI	CANNE QUADRATE	METRI QUADRATI
Rubbio	11200	3703	18484, 3568
Quarta	2800	925 3/4	4621, 0892
Scorzo	700	231 7/16	1155, 2723
Quartuccio	175	57 55/64	288, 8180
Pezza	1600	529	2640, 6300
Quarta	400	132 1/4	660, 1600
Ordine	10	3. 49/160	16, 5000
Stajolo		0,3	1, 6500

N. B. Le frazioni che si trovano delle canne nelle calcolazioni si possono trascurare trattandosi di piccolissime quantità.

191. Aggiungo qui appresso un secondo specchio nel quale si trovano le medesime superfici rubbio, pezza, quarta, valutate in misura censuale a seconda del *Regolamento sulla misura de' terreni e formazione delle mappe* de' 22 Febbrajo 1817. Questa misura è *la tavola,* la quale viene formata da 1000 *canne quadrate;* la canna poi da 100 *palmi quadrati;* essendo il palmo il *centimetro del metro* (1).

(1) Il METRO è la diecimilionesima parte del quarto del meridiano terrestre, ed equivale a palmi di passetto 4,476.

	TAVOLE	CANNE QUADR.	PALMI QUADR.
Rubbio	18	484	38
Quarta	4	621	10
Scorzo	1	155	27
Quartuccio		288	82
Pezza	2	640	63
Quarta		660	16
Ordine		16	50
Stajolo		1	65

192. Non dovrei certamente aggiungere altro sul modo di prendere le misure superficiali; ma siccome posso disbrigarmene con poche parole, dirò alcuna cosa sul modo di trovare il numero dei rubbi, o pezze, quarte... dato il numero dei metri quadrati, o canne quadrate . . . che contiene una data superficie. Ognuno essendo pratico dell'aritmetica saprà che dividendo questo numero pel numero de' metri quadrati, canne quadrate del rubbio e della pezza si avrà un quoto che esprimerà il numero dei rubbi o delle pezze che contiene quella data superficie; così ancora dividendo il residuo pel numero dei metri quadrati, canne quadrate della quarta si otterrà un quoto esprimente uno, due o tre quarte che contiene la data superficie; e così di seguito. Operando colle misure metriche è d'avvertire qualche cosa sulla virgola che esiste fra le cifre del numero, ma che pure sarebbe cosa ridicola dovessi io avvertirla, essendo cognita da tutti coloro che conoscono l'aritmetica.

PROBLEMI

193. Senza l'uso di alcun istromento trovare l'altezza di un luogo supponendo che si possa giungere fino al suo piede (Fig. 128).

Ciò si può ottenere per mezzo di due aste di altezza diversa, una delle quali sia alta quanto l'altezza di un uomo, e l'altra più che sia possibile. Si pianti questa in un punto qualunque Q verticalmente, e si vada piantando nella stessa guisa l'altra più bassa in un punto G in modo però che essendo un occhio nel punto O per la visuale OR che passa per gli estremi R, A si trovi l'estremità supesiore B dell'altezza BM che si cerca. Dopo ciò si misurino le lunghezze delle due aste; e sul terreno le misure GQ, GM, e moltiplicando la differenza della misura delle due aste per la distanza GM, si divida questo prodotto per la lunghezza GA, a ciò che risulta aggiungendo la lunghezza dell'asta minore si avrà la lunghezza BM ricercata.

Esempio.

Sia la lunghezza QA di palmi 18, e la lunghezza RG di palmi 8. La distanza della prima asta al piede dell'altezza che si cerca sia di palmi 38; la distanza fra i piedi delle due aste sia di palmi cinque, avremo P. 18
8
——
10 differenza delle due aste, che moltiplicata per la distanza 38, avremo 380, e divisa per 5 avremo per quoto 76, al quale aggiungendo la distanza P. 8 dell'asta più bassa avremo P. 84, ciò che si cerca.

194. Trovare un'altezza senza alcun istromento nel caso più incomodo qual è quello di non potersi portare all'estremo inferiore dell'altezza che si cerca.

Sia l'altezza che si vuole la BM, cioè il casino quanto è elevato sul piano MN (Fig. 129). Nel caso che per impedimento non si possa andare al punto M, si troverà quest'altezza per mezzo di quattro aste, due a due, come nel Problema precedente. Si mettano le due note aste nei punti a, b in modo che la visuale dei punti A, Q termini al punto B; come ancora le altre due nei punti c, d nel-

la medesima maniera che la visuale dei punti D, C vada al punto B. Dopo ciò si prendano le misure delle seguenti distanze ac, bd, e dell'altezza delle due aste Aa, Qb; avute queste misure si moltiplichi la differenza delle altezze delle aste per la distanza ac, il quale prodotto si divida per la differenza delle due ac, bd, ed il quoto sommato colla altezza Aa dell'asta minore darà l'altezza richiesta.

Esempio.

Sia la distanza ac	P.	45
la distanza bd	P.	35
l'altezza dell'asta minore Aa	P.	10
quella dell'asta maggiore Qb	P.	17

avremo 17
10
——
7 differenza delle due aste, la quale moltiplicata per la lunghezza ac avremo 45
7
——
315

Avremo ancora 45
35
——
10 differenza delle distanze ac, bd; dividendo 315 per 10 avremo P. 31 1/2 al quale aggiunta la lunghezza dell'asta minore P. 10, darà 41 1/2 palmi, altezza richiesta della BM o del monte.

195. Dato un punto sopra una retta, elevare in essa una normale alla retta data per mezzo dello squadro (Figura 130).

Si ponga lo squadro nel punto O in modo che col traguardo mn si vedano i punti MN: traguardando poi per AP si faccia piantare una biffa in un punto Q sul prolungamento del traguardo, sarà OP la normale richiesta.

196. Spessissimo accade nelle misure di campagna che le linee di direzione condotte collo squadro non possono prolungarsi fino al punto ove fa di bisogno, per qualche ostacolo che s'incontri. Vediamo ora come questa medesima direzione possa prolungarsi al di là dell'impedimento. L'ostacolo sia Q (Fig. 131), la linea poi sia AB la quale

si vuol prolungare dalla parte opposta. Si ponga sul punto B lo squadro e s' innalzi sulla retta AB una normale che sarà la BG; portata poi lo squadro sul punto G si conduca GE normale alla BG, così dal punto E una perpendicolare OE sulla GE; presa poi la lunghezza della BG si riporti sulla retta OE, in questa maniera si determini il punto ch' è in direzione colla linea AB. Si porti finalmente lo squadro sul punto O ed elevata la OP normale alla OE, sarà questo il prolungamento ricercato della AB. Ciò però può ottenersi in altro modo più sollecito. Fissato lo squadro sul punto B si conduce la BF che faccia colla AB un angolo equivalente a tre mezzi retti e portato lo squadro in un punto qualunqne F della retta BF, sopra questa s' innalzi una normale OF la quale si prenderà lunga quanto BF e formato nel punto O l'angolo FOP che equivalga a tre semiretti, sarà OP il prolungamento domandato.

197. Si vuole conoscere la distanza di due punti fra loro; nell' ipotesi che non siano accessibili i suoi estremi, ma visibili ambedue sopra una stessa linea. Siano i punti A, B (Fig. 133); ad una distanza qualunque si ponga sopra M lo squadro e traguardato il punto O si conduca MD normale alla AM, camminando poi sopra MD si faccia attenzione primieramente alla visuale del punto B, in qual punto formi un angolo semiretto colla MD, ciò che accadrà p. es. nel punto N, proseguendo sulla medesima linea si osservi nello stesso modo quando la visuale del punto A faccia un angolo semiretto colla MD, e ciò sia p. es. nel punto O; proseguendo a camminare sulla medesima linea si giunga in un punto D, sul quale posto lo squadro e traguardata la MD si veda coll' altro traguardo principale il punto B. Fatto tutto ciò si misurino le tre distanze de' punti delle fermate, cioè:

MN che siano Metri 15.
NO . . . Metri 12.
OD . . . Metri 13.

Dopo ciò si sommano l' intermedia NO cogl' altri MN, ovvero OP, ed avremo le due distanze:

MN con NO dà 27.
NO con OD dà 25.

Fatta la differenza fra queste due si avrà Metri 2: quali si porteranno sulla linea maggiore BD dal punto D al punto O, e descritta colla biffa la linea MO, questa sarà parallela alla AB; misurata perciò la AB sarà questo ciò che si voleva.

198. Volendo poi la distanza fra due punti i quali non si trovino come al §. antecedente, cioè che non si possano scorgere ambedue nel medesimo tempo, si dovrà operare nel modo seguente. Si conduce una linea AC (Fig. 133) comunque, e non potendo passare per la parte R si eleverà collo squadro sul punto C la linea CD, così sul punto D messo lo squadro s'innalzi DE perpendicolarmente alla DC, e nello stesso modo la FE, FG, GB. Misurate tutte queste distanze per ottenere la distanza AB in misura; si sommino le linee dirette verticalmente, sottraendogli la somma della opposta, così si farà:

CD sommato con GB, e da questo sottratto FE, che è diretto in senso opposto.

Nello stesso modo sommata CA con FG, si sottragga questa somma dalla DE: ottenuti questi residui si moltiplichi ciascuno per se stesso, ed estratta la radice quadrata dalla loro somma si avrà la misura della distanza AB.

199. Supponiamo ora che la distanza da misurarsi abbia un solo estremo inaccessibile. In questo caso per quanta lunga sia questa distanza facilmente se ne può avere la misura. Sia adunque la distanza AC la quale abbia il solo estremo C accessibile, si potrà operare in due modi.

I. Nel punto C (Fig. 134) ed in altro B, posto o da una parte o dall'altra di C si elevino due normali BD, EC, si fissi l'estremo D della BD; dopo ciò l'estremo della EC verrà determinato dal prolungamento della visuale AD in E; si misurino le tre distanze BD, BC, CE, le quali come vedesi dalla (Fig. 134), siano Canne 6, 12, 15: moltiplichino le due distamze BC, CE e si avrà:

15
12
———
30
15
———
180

Il quale diviso per 6 avremo:

180 | 6
30 Canne sarà la distanza AC.

II. Si può ancora operare nel modo seguente. Si metta sul punto C lo squadro e si conduca una normale indefinita CP: si cammini poi sopra la medesima ed in un punto qualunque P si fermi lo squadro, traguardando il pnnto A, coll'altro si fissi un punto D sul prolungamento della AC e si misurino le distanze CP che siano metri 20 e la CD che siano metri 5. Dopo ciò si moltiplichi la CP per se stessa e si avrà 400 il quale prodotto diviso per 5, cioè 80 sarà la distanza AC che si domandava.

200. Si può misurare un'altezza anche per mezzo dell'ombra. Si voglia l'altezza AC della Torre (Fig. 135). Questa dia l'ombra BC e si segni il punto B; nel medesimo tempo però in disparte si metta un bastone ac normale e si misuri la sua ombra cb e la sua altezza; si misuri ancora la BC e si abbiano le misure come si vede dalla figura stessa Canne 36, 9, 7. Dopo ciò si moltiplichi la CB per la ac e si avrà:

36
7
———
252 | 9 divisa cioè per cb
72 28 altezza domandata, cioè Canne 28.

201. Si può avere l'altezza domandata anche per mezzo d'uno specchio. Si pone il detto specchio (Fig. 135) in un punto qualunque B, e l'osservatore camminerà indietro sulla medesima linea AB, finchè giunto in un punto E, veda l'estremità superiore della torre colla visuale DB; misurando l'altezza DE, la BE, e la BC siano le medesime misure, 36, 7, 9, e si opera come sopra:

```
   36
    7
 252 | 9
  72   28   come sopra.
```

202. Siccome per 'gli orologj solari si è detto che è necessario di conoscere la latitudine del Paese, e siccome per questo scopo non v' ha bisogno di conoscerlo con tal precisione di determinare i minuti primi, e i minuti secondi, ho immaginato che con approssimazione ciascuno da se medesimo può ritrovarla sulle carte geogeafiche, purchè siano esatte. Essendo noto a tutto il mondo come sono costruite le medesime, dirò solamente che volendo conoscere la latitudine di un luogo p. es. di ***Roma, Bologna, Milano, Napoli,*** si prenderà la carta geografica ed osservate le posizioni di queste si vedranno (Fig. 136) nei punti a, b, c, d, veduto ciò si ricorra al margine a sinistra o a dritta e si vedrà che Roma è tra i 41 e 42 gradi, che Bologna tra i 44 e 45 gradi, così Milano tra i 45 e 46 gradi, Napoli tra i 40 e 41. I gradi poi sono divisi ordinariamente in 6 parti, io l'adduco diviso in 4 parti attesa la piccolezza della figura, e queste parti serviranno a precisare sempre più la latitudine del luogo. Così Milano sarà all'incirca 45.° e mezzo; Bologna 44.° 44 minuti primi, e così ec., come si vedrà dalla tavola qui appresso delle latitndini di alcuni luoghi.

	gr. mi.		*gr. mi.*
Ancona	43, 30	Firenze	43, 35
Assisi	43, 4	Genova	43, 57
Bassano in Lombardia	45, 83	Livorno	42, 56
Benevento	41, 10	Loreto	43, 35
Bergamo	45, 24	Macerata	43, 30
Bologna	44, 40	Milano	45, 30
Capua	42, 28	Roma	41, 54
Civita Castellana	42, 16	Terracina	31, 33
Civitavecchia	41, 53	Torino	44, 30
Comacchio	44, 55	Trieste	45, 50
Ferrara	45, 8	Vicenza	45, 39

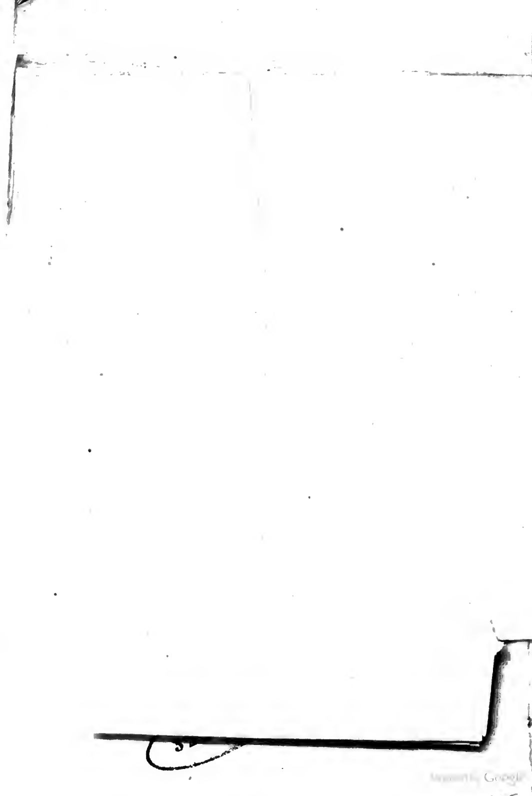
F I N E.

INDICE

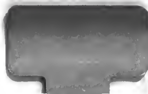
IMPRIMATUR
Fr. Th. Larco O. P. S. P. A. Mag. Soc.

IMPRIMATUR
Fr. Ant. Ligi O. M. C. Archiep. Iconien.
Vicesgerens.

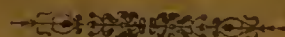
Pag.	lin.	ERRATA	CORRIGE
5.	38.	apatema	apotema
12.	17.	Sia dato	Sia data
15.	17.	annulare	anulare
22.	1.	paratellepipedo	parallelepipedo
40.	4.	la snperficie	la superficie
47.	25. 27.	coll' apis	col lapis
53.	32.	di anelli	di maglie
59.	7.	di due	dei due
59.	22.	§. 254.	§. 192.
71.	27.	§. 120.	§. 120. a
73.	38.	da tre gambe, fissati questi	da tre gambe, fissate queste
74.	31.	istromeuti	istromenti
75.	20.	si conducano	si conducono
75.	22.	la tavoletta. dare	la tavoletta, dare
76.	18.	prattici	pratici
85.	17.	determinarc	determinare







Valori correlativi delle linee trigonometriche
del medesimo Autore.



Trovasi vendibile la presente nella Libreria
in Via del Piè di Marmo N. 38.
al prezzo di Sc. 1: 20.